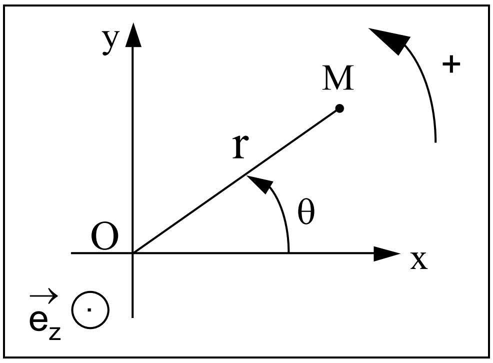
TD MECANIQUE

Rappels de Math

PRODUIT SCALAIRE

-1-



Le point M est repéré par ses coordonnées polaires (r, θ).
Calculer ses coordonnées cartésiennes en utilisant:

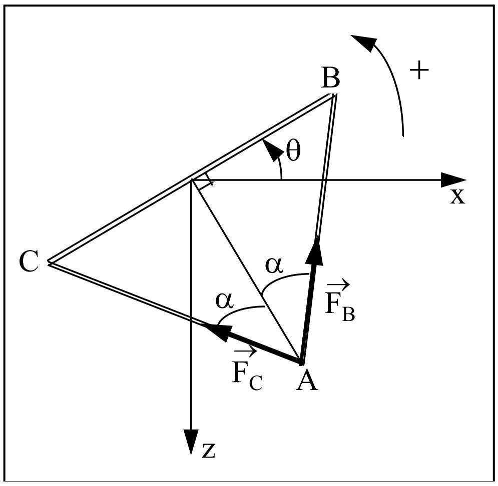
1) $\overrightarrow{OM} = (\overrightarrow{OM}.\vec{e}_x)\vec{e}_x + (\overrightarrow{OM}.\vec{e}_y)\vec{e}_y$

2) Méthode géométrique directe

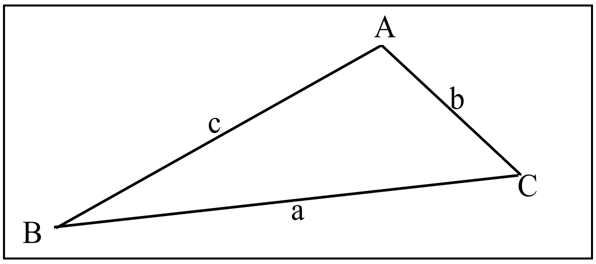
-2-

Trois tiges forment un triangle isocèle ABC; en A s'exercent les forces $\vec{F}_B$ et $\vec{F}_C$ supportées par les côtés AB et AC. La direction de la tige CB est repérée par l'angle θ avec l'axe Ox.

On demande d'exprimer les vecteurs $\vec{F}_B$ et $\vec{F}_C$ dans le repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$, en fonction de leur module F_B et F_C et de α et θ.



-3-



Calculer la longueur de BC en utilisant la relation de Chasles.

COORDONNÉES POLAIRES

-4-

$$\overrightarrow{OP} = 2\vec{e}_x + 4\vec{e}_y + 3\vec{e}_z$$

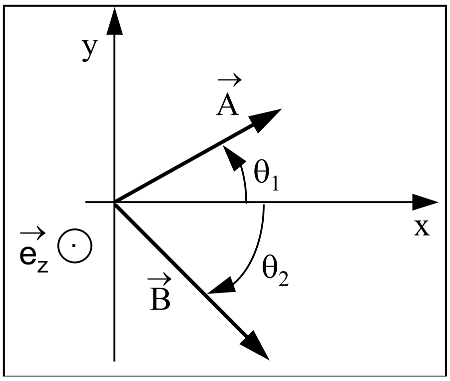
$$\overrightarrow{OQ} = -\vec{e}_x - 5\vec{e}_y + 5\vec{e}_z$$

Donner les coordonnées polaires et cylindriques des points P et Q.
Calculer le produit scalaire de ces deux vecteurs.

Noelle.chevalier@unicaen.fr daniel.chateigner@ensicaen.fr

PRODUIT VECTORIEL

-5-



Exprimer $\vec{A} \wedge \vec{B}$ dans le repère cartésien:
1) en n'orientant pas les angles
2) en orientant les angles dans le sens direct
3) en orientant les angles dans le sens rétrograde

-6-

Montrer, à l'aide de la linéarité du produit vectoriel, la relation du déterminant symbolique:

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{vmatrix}$$

Calculer $\overrightarrow{OP} \wedge \overrightarrow{OQ}$, P et Q étant les points définis dans l'exercice 4

ROTATION D'UN VECTEUR

-7-

Soit $\overrightarrow{OM}$ un vecteur de <u>norme constante</u>, défini par ses coordonnées polaires (r, θ); ce vecteur tourne autour de son extrémité O dans le plan (O,x,y); sa rotation est caractérisée par le vecteur vitesse de rotation: $\vec{\Omega} = \dot{\theta}\,\vec{e}_z$, $\vec{e}_z$ étant le vecteur unitaire associé au sens positif choisi pour les angles.

- Exprimer $\overrightarrow{OM}$ dans le repère cartésien
- Calculer $\dfrac{d}{d\theta}\overrightarrow{OM}$ dans ce même repère, dessiner ce vecteur
- Calculer d/dt $\overrightarrow{OM}$; vérifier que d/dt $\overrightarrow{OM} = \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM}$

DERIVATION

-8-

Le vecteur vitesse du point M s'écrit, dans le repère polaire: $\vec{v}(M) = \dfrac{d}{dt}\overrightarrow{OM} = \dot{r}\,\vec{e}_r + r\,\dot{\theta}\,\vec{e}_\theta$

En déduire l'expression de l'accélération.

Exprimer $\vec{v}(M)$ et $\vec{a}(M)$ dans le cas où r = cte (mouvement circulaire) puis dans le cas où r = cte et $\dot{\theta}$ = cte (mouvement circulaire uniforme).

Noelle.chevalier@unicaen.fr daniel.chateigner@ensicaen.fr