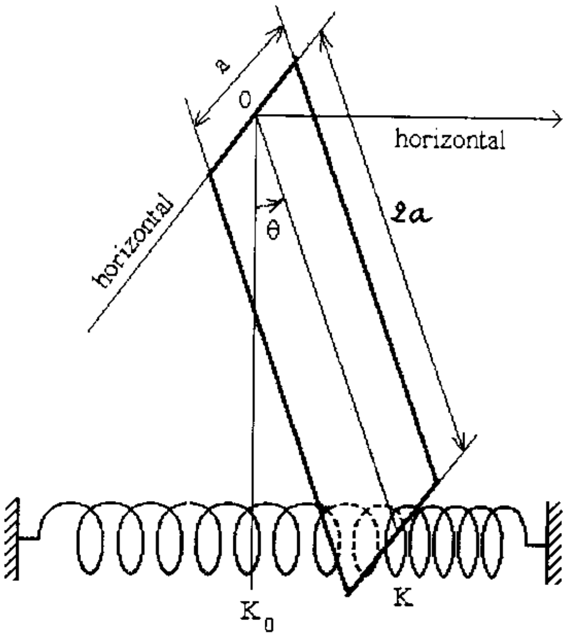
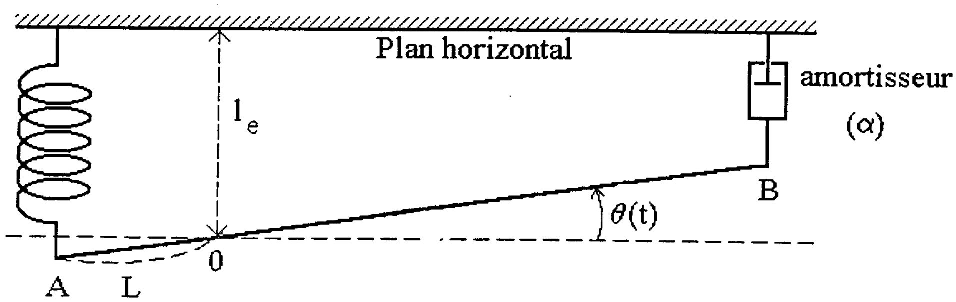
TD Mécanique Vibratoire
Oscillations 1D

1. Une plaque plane homogène de masse m peut osciller sans frottement autour d'un axe fixe horizontal. En K (milieu d'un côté), sont fixés deux ressorts identiques de masses négligeables, de raideurs k, de longueurs au repos ℓ_0.



L'angle θ repère la position de la plaque par rapport à la verticale. Cet angle sera suffisamment petit (petites oscillations) pour que les directions des ressorts puissent être considérées comme horizontales.
Etablir l'équation du mouvement et la résoudre.

2. Une barre AB homogène, filiforme, de masse M, de longueur 4L, est mobile sans frottement autour d'un axe horizontal perpendiculaire à la barre, passant par O.



La position de la barre est repérée par l'angle θ avec le plan horizontal. Cet angle sera suffisamment petit pour que l'axe du ressort soit considéré comme constamment vertical.

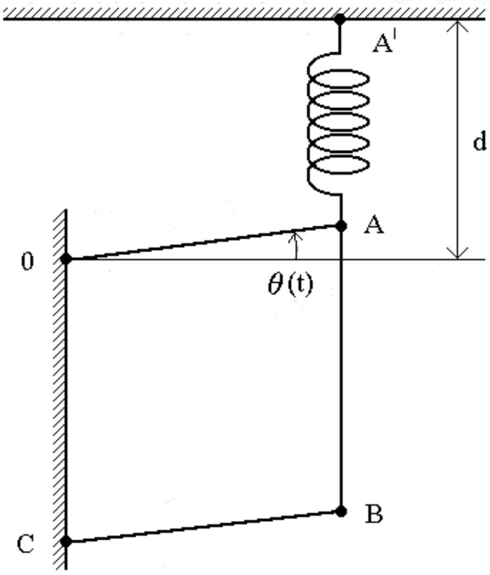
21. Etablir l'équation du mouvement.

22. Quelle relation doit vérifier k, la raideur du ressort, pour que la barre soit horizontale à l'équilibre ?

Noelle.chevalier@unicaen.fr daniel.chateigner@ensicaen.fr

23. Cette condition étant satisfaite, réécrire l'équation. Quel est le type de mouvement décrit par la barre ?

3. Un système est constitué de trois barres OA, AB, BC rectilignes homogènes identiques, de longueur L, de masse M, articulées entre elles en A et B, et en O et C au bâti, avec OC = L. Les points O, A, B, C représentent des articulations cylindriques parfaites d'axe de rotation perpendiculaire à la feuille, de sorte que le mouvement des barres s'effectue dans un plan.
Un ressort de masse négligeable, de raideur k, de longueur au repos ℓ_0, est monté entre A et A', point fixe situé à la verticale de A lorsque $\theta = 0$ et tel que AA' = d lorsque $\theta = 0$.



Entre A et A' est disposé un amortisseur à fluide de coefficient α.

On exerce en B une force vibromotrice verticale $\vec{F} = \vec{F_0}\sin(\omega t)$, avec $\vec{F_0}$ dirigée vers le bas.
On étudiera le système dans le cas des petites oscillations.
Données numériques : M = 2 kg; k = 3300 N/m; L = 0.6 m; α = 63 N.s/m; F_0 = 50 N

31. Ecrire l'équation du mouvement du système.
On choisira d de telle sorte que $\theta = 0$ à l'équilibre, en l'absence de la force appliquée en B. Simplifier l'équation en conséquence.
32. Résoudre l'équation. Y a t'il possibilité de résonance ? Pour quelle fréquence ? Que valent alors l'amplitude et le déphasage des oscillations?
33. Calculer l'amplitude et le déphasage des oscillations lorsque la fréquence de la force vibromotrice est égale au double de la fréquence propre du dispositif.

4. Un système conservatif est tel que son énergie potentielle $E_p = \frac{7}{2} g \sin\varphi$ (g = intensité du champ de pesanteur) et son énergie cinétique $E_c = 2\dot{\varphi}^2$, φ étant un angle caractérisant la position du système.
41. Ecrire l'équation du mouvement. Quelles sont les positions d'équilibre ?
42. Etudier les petits mouvements du système autour de sa position d'équilibre stable, sachant qu'à t = 0, le système passe par sa position d'équilibre avec une vitesse angulaire ω_i.