

III/

 $S_1 = \text{roue}$ $S_2 = \text{sol} \rightarrow \vec{v}(I_2) = 0 \quad I_1 \text{ et } I_2 \text{ points coïncidents.}$

$$\rightarrow \vec{g}(S_1/S_2) = \vec{v}(I_1) - \vec{v}(I_2) = \vec{v}(I_1)$$

$$\text{or glissement nul} \Rightarrow \vec{g}(S_1/S_2) = 0 \rightarrow \vec{v}_{\underline{I}}(I_1) = 0$$

Cela peut paraître bizarre puisque la roue se déplace !
En fait, à l'instant t où I est en contact avec le sol, la roue tourne autour de I , c'est pour ça !

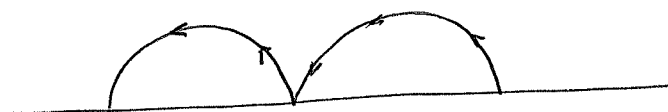
$$\vec{v}(C) = \vec{\Omega} \wedge \vec{IC} = \omega \vec{e}_y \wedge R \vec{e}_y = -\omega R \vec{e}_x$$

$$\vec{v}(M) = \vec{\Omega} \wedge \vec{IM} = -2\omega R \vec{e}_x$$

$$\begin{aligned} \vec{v}(N) &= \vec{v}(C) + \vec{\Omega} \wedge \vec{CN} = -\omega R \vec{e}_x + \omega \vec{e}_y \wedge (-R) \vec{e}_x \\ &= -\omega R \vec{e}_x - \omega R \vec{e}_y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v(M) &= \sqrt{4\omega^2 R^2} = 2\omega R \\ v(N) &= \sqrt{\omega^2 R^2 + \omega^2 R^2} = \sqrt{2} \omega R \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} v(M) &= \sqrt{4\omega^2 R^2} = 2\omega R \\ v(N) &= \sqrt{\omega^2 R^2 + \omega^2 R^2} = \sqrt{2} \omega R \end{aligned}} \right\} \neq R\omega$$

La trajectoire d'un point P de la périphérie de la roue est une cycloïde.

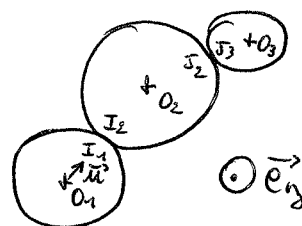


IV

6

Roulement sans glissement : $\vec{v}(I_1) = \vec{v}(I_2)$
 $\vec{v}(J_3) = \vec{v}(J_2)$

$$\begin{aligned}\vec{v}(I_1) &= \vec{\Omega}_1 \wedge \overrightarrow{O_1 I_1} \\ &= \omega_1 \vec{e}_3 \wedge R_1 \vec{u} \\ &= \omega_1 R_1 \underbrace{\vec{e}_3 \wedge \vec{u}}_{\vec{v}}\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\vec{v}(I_2) &= \vec{\Omega}_2 \wedge \overrightarrow{O_2 I_2} = -\omega_2 R_2 \vec{e}_3 \wedge \vec{u} \\ &\rightarrow \underline{\omega_1 R_1 = -\omega_2 R_2}\end{aligned}$$

le raisonnement au point de contact J : $\omega_3 R_3 = -\omega_2 R_2$

On aurait pu dire intuitivement : $\|\vec{v}(I_1)\| = \|\vec{v}(I_2)\|$

or on sait que pour un disque tournant : $v = R\omega$

$$\rightarrow R_1 |\omega_1| = R_2 |\omega_2|$$

mais les 2 disques tournent en sens contraire :

$$R_1 \omega_1 = -R_2 \omega_2.$$

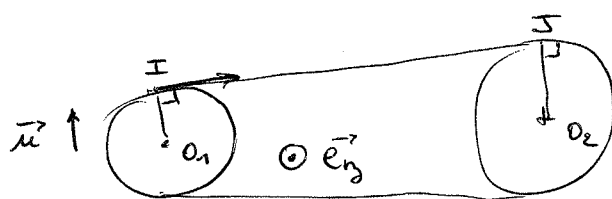
V

Courroie inextensible: Tous les pts de la courroie ont $\vec{m}$ vitesse: pas de glissement $\Rightarrow$ les pts périphériques des 2 disques ont $\vec{m}$ vitesse que les pts de la courroie, $\Rightarrow R_1 |\omega_1| = R_2 |\omega_2|$

Les 2 disques tournent ds le $\vec{m}$ sens:

$$R_1 \omega_1 = R_2 \omega_2$$

ou bien:



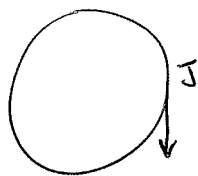
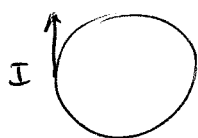
$$\vec{v}(I) = \vec{v}(J)$$

$$\omega_1 \vec{e}_z \wedge R_1 \vec{u}$$

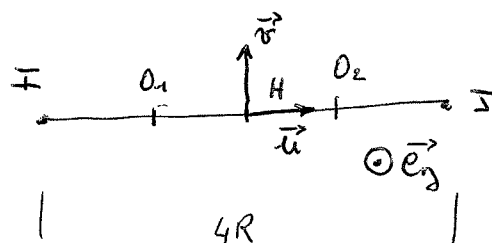
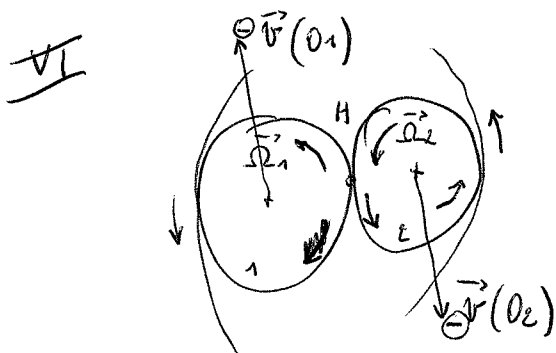
$$= \omega_2 \vec{e}_z \wedge R_2 \vec{u}$$

$$\rightarrow \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$$

ou encore:



$$\vec{v}(I) = -\vec{v}(J)$$



$$1) \quad \vec{v}(O_1) = \underbrace{\vec{v}(H)}_{\vec{0}} + \vec{\Omega}_1 \wedge \vec{HO}_1$$

$$\vec{\Omega}_1 = \omega \vec{e}_y \quad \vec{HO}_1 = -R \vec{u} \quad \vec{HO}_2 = R \vec{u}$$

$$\vec{v}(O_1) = -R\omega \vec{e}_y \wedge \vec{u} = -R\omega \vec{v}$$

$$\vec{v}(O_2) = \underbrace{\vec{v}(H)}_{\vec{0}} + \vec{\Omega}_2 \wedge \vec{HO}_2$$

$$= R\omega \vec{e}_y \wedge \vec{u} = R\omega \vec{v}$$

$$2) \quad \vec{v}(I) = \vec{0} \rightarrow \vec{v}(O_1) = \vec{\Omega}_1 \wedge \vec{IO}_1$$

$$= \omega_1 \vec{e}_y \wedge R \vec{u}$$

$$= \omega_1 R \vec{v}$$

$$\vec{v}(J) = \vec{0} \rightarrow \vec{v}(O_2) = \vec{\Omega}_2 \wedge \vec{JO}_2$$

$$= \omega_2 \vec{e}_y \wedge -R \vec{u}$$

$$= -\omega_2 R \vec{v}$$

la comparaison de (1) et (2) donne : $\omega = -\omega_1$
 $\omega = -\omega_2$

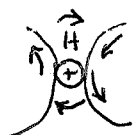
$$\vec{v}(J) = \vec{v}(O_2) + \vec{\Omega}_2 \wedge \vec{O_2J}$$

$$= R\omega \vec{v} + R\omega_2 \vec{v}$$

$$= R(\omega + \omega_2) \vec{v}$$

$$= \vec{0}$$

$$\rightarrow \omega = -\omega_2$$



Donc : $\vec{v}(I) = \vec{v}(O_1) + \vec{\Omega}_1 \wedge \vec{O_1I}$

$$= -R\omega \vec{v} - R\omega_1 \vec{v}$$

$$= -R(\omega + \omega_1) \vec{v}$$

$$= \vec{0}$$

$$\rightarrow \omega = -\omega_1$$

3)

$$\vec{g}(s_1/s_2, H) = \vec{v}(H_1) - \vec{v}(H_2)$$

$$\vec{v}(H_1) = \vec{\Omega}_1 \wedge \vec{r}_{H_1}$$

$$= \omega_1 \vec{e}_3 \wedge 2R \vec{u}$$

$$= 2\omega_1 R \vec{v}$$

$$= -2\omega R \vec{v}$$

$$\vec{v}(H_2) = \vec{\Omega}_2 \wedge \vec{r}_{H_2}$$

$$= \omega_2 \vec{e}_3 \wedge -2R \vec{u}$$

$$= -2\omega_2 R \vec{v}$$

$$= +2\omega R \vec{v}$$

$$\rightarrow \vec{g} = -2\omega R \vec{v} - 2\omega R \vec{v}$$

$$\boxed{\vec{g} = -4\omega R \vec{v}}$$

