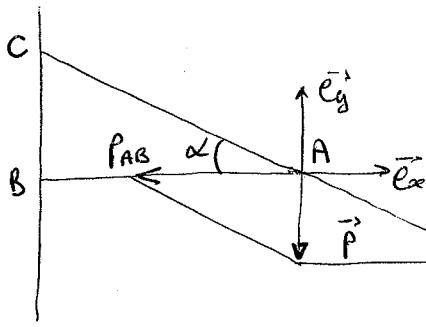


Statique

I)



Le poids se décompose selon AC et

AB: P_{AB} qui comprime AB, et P_{AC} qui étire AC.

graphiquement : $\begin{cases} P_{AC} = 230 \text{ kg} \\ P_{AB} = 200 \text{ kg} \end{cases}$

$$\begin{cases} \Delta \\ m g = P \\ \rightarrow P_{AB} = 200 \cdot 10 \\ = 2000 \text{ N} \end{cases}$$

analytiquement: $\vec{P} + \vec{P}_{AC} + \vec{P}_{AB} = \vec{0}$

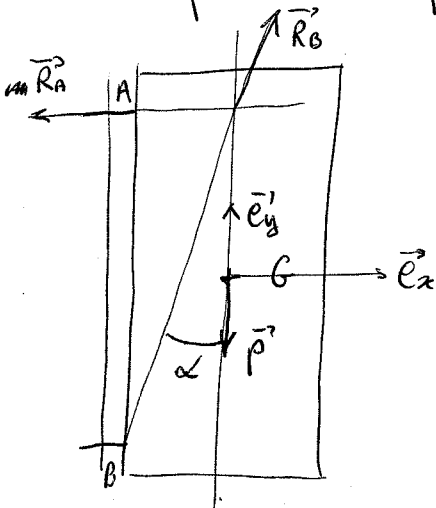
$$\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -P \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} P_{AC} \cos \alpha \\ -P_{AC} \sin \alpha \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -P_{AB} \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

mais on peut travailler graphiquement avec les masses.

$$\begin{cases} P_{AB} = P_{AC} \cos \alpha \\ P = P_{AC} \sin \alpha \end{cases} \rightarrow \boxed{P_{AC} = \frac{P}{\sin \alpha}} \rightarrow \boxed{P_{AB} = \frac{P}{\tan \alpha}}$$

si on connaît α (dimensions du système) on peut calculer les forces.

II) Les 3 forces doivent être concourantes car elles sont coplanaires, pour avoir équilibre statique. Graphiquement on mesure $R_A = 5 \text{ kg}$ $R_B = 20,5 \text{ kg}$



$$\vec{R}_A + \vec{R}_B + \vec{P} = \vec{0} \quad \vec{R}_A + \vec{R}_B = -\vec{P}$$

$$\vec{R}_A = -R_A \vec{e}_x$$

$$\vec{P} = -P \vec{e}_y$$

$$\begin{vmatrix} -R_A \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} R_B \cos \alpha \\ R_B \sin \alpha \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ -P \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$R_A = R_B \cos \alpha$$

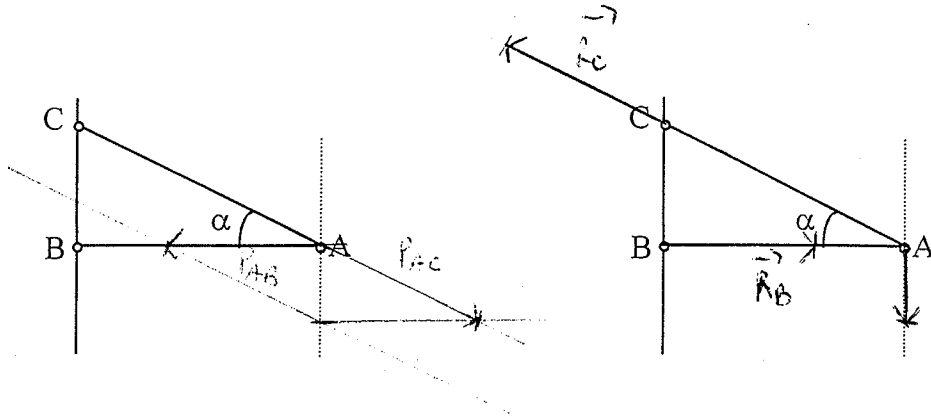
$$\boxed{R_B = \frac{P}{\sin \alpha}} = 20,6 \text{ kg}$$

$$\rightarrow \boxed{R_A = \frac{P}{\tan \alpha}} = 5 \text{ kg}$$

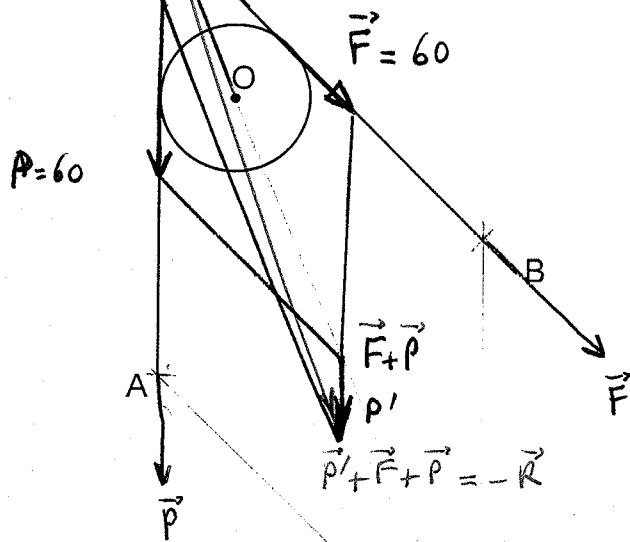
$$\tan \alpha = \frac{94}{1,6} = 0,25$$

$$\alpha = 14^\circ$$

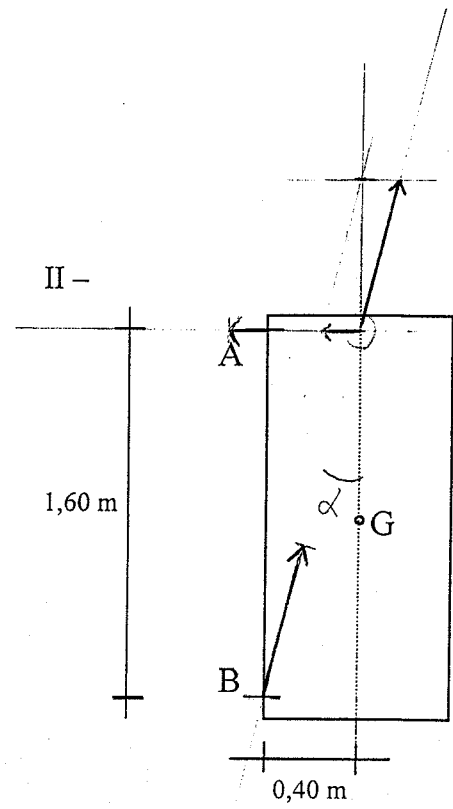
I -



III -



II -



III) système = poulie + corde

Forces appliquées = forces extérieures

$\vec{P}$ en A

$\vec{F}$ en B

$\vec{P}'$ en O $\vec{R}$ en O

Poulie: ne modifie pas la norme (intensité) de la force $\vec{F}$:

$$\Rightarrow \vec{F} = P(A) : \vec{P}' + \vec{R} + \vec{P} + \vec{F} = \vec{0} \rightarrow \underline{\vec{R} = -\vec{P} - \vec{P}' - \vec{F}}$$

On compose $\vec{P}$ et $\vec{F}$ ($\vec{P} + \vec{F}$): concourent au point C

graphiquement: on recompose ($\vec{P} + \vec{F}$) avec $\vec{P}' \rightarrow \vec{P}' + \vec{F} + \vec{P}' = -\vec{R}$

$\rightarrow$ on trouve $\vec{R} = 116 \text{ kg}$

l'erreur introduite si on néglige le poids de la poulie est minime. Vrai d'autant + si le poids à soulever est $\gg$.

IV) Forces appliquées à la bride

$\vec{F}$, $\vec{T}$ (tension du ressort comprimé), $\vec{R}$ réaction du bâti en C, $\vec{P}$ force appliquée par la pièce sur la bride.

On connaît $\vec{F}$ et $\vec{T}$. On peut composer ces 2 forces $\rightarrow \vec{F}'$.

$$\vec{F}' + \vec{R} + \vec{P} = \vec{0}$$

Ces 3 forces doivent être concourantes: on peut trouver la ligne d'act de $\vec{R}$, qui passe par C et le point de concours de $\vec{F}'$ et $\vec{P}$: O

On glisse ensuite $\vec{F}'$ pour l'appliquer en O. $\vec{R} + \vec{P}$ doit alors donner $-\vec{F}'$. Construit $\rightarrow$ P et R: On trouve

$$R = 920 \text{ N} \quad \text{et} \quad P = 630 \text{ N}$$

IV) 1) équilibre impossible car pas de point de concours des 3 forces (Réactions $\perp$ aux plans de contact).

2) Coefficients $t_1 = 0,4$ et $t_2 = 0,34 \rightarrow$ inclinaisons : $\tan \alpha = 0,4$
 $\rightarrow \alpha_1 = 21,8^\circ$ et $\alpha_2 = 18,8^\circ$.

Les réactions pourront prendre toutes les inclinaisons possibles entre 0 et ces valeurs limites.

Pour que les 3 forces puissent être concourantes, il faut que la verticale $\vec{P}$ passe de la zone hachurée. Les positions possibles de G sont entre A et C. Evidemment G n'est jamais en A!

3) Les lignes d'actions sont connues pour les réactions.

graphiquement on obtient : $R_A = 95 \text{ kg}$ $R_B = 35 \text{ kg}$ pour $P = 100 \text{ kg}$

analytiquement : $T_1 = t_1 N_1$ $T_2 = t_2 N_2$

$$\vec{P} + \vec{R}_A + \vec{R}_B = \vec{0}$$

$$\begin{vmatrix} 0 \\ -P \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -R_A \sin \alpha_1 \\ +R_A \cos \alpha_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} R_B \cos \alpha_2 \\ R_B \sin \alpha_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} \overbrace{R_B \cos \alpha_2}^{N_2} = \overbrace{R_A \sin \alpha_1}^{T_1} \\ -P + \underbrace{R_A \cos \alpha_1}_{N_1} + \underbrace{R_B \sin \alpha_2}_{T_2} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} N_2 - t_1 N_1 = 0 \\ t_2 N_2 + N_1 = +P \end{cases}$$

$\downarrow$

$$N_1 = P - t_2 t_1 N_1$$

$$N_1 = \frac{P}{1 + t_1 t_2}$$

$$N_2 = \frac{t_1 P}{1 + t_1 t_2}$$

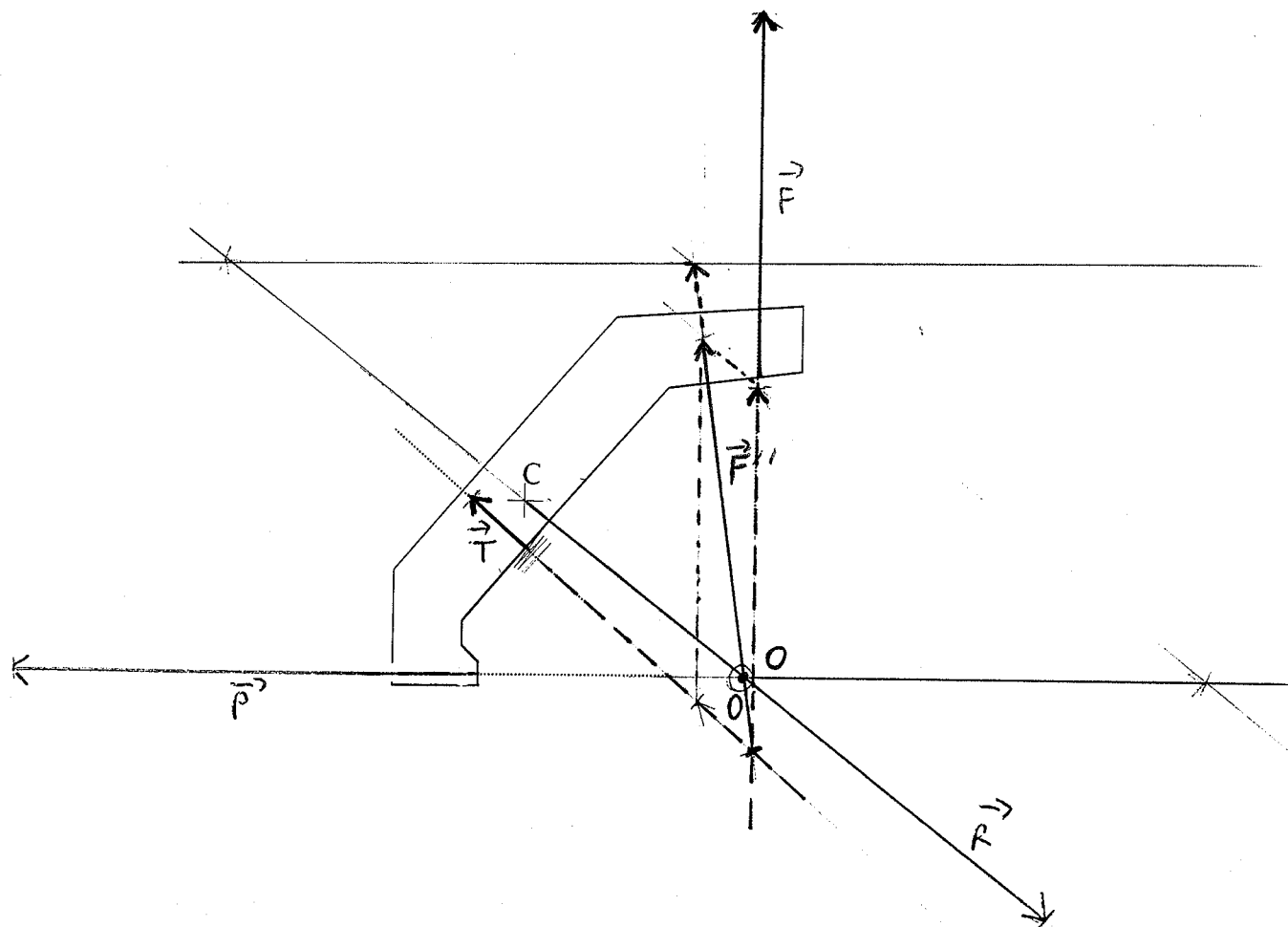
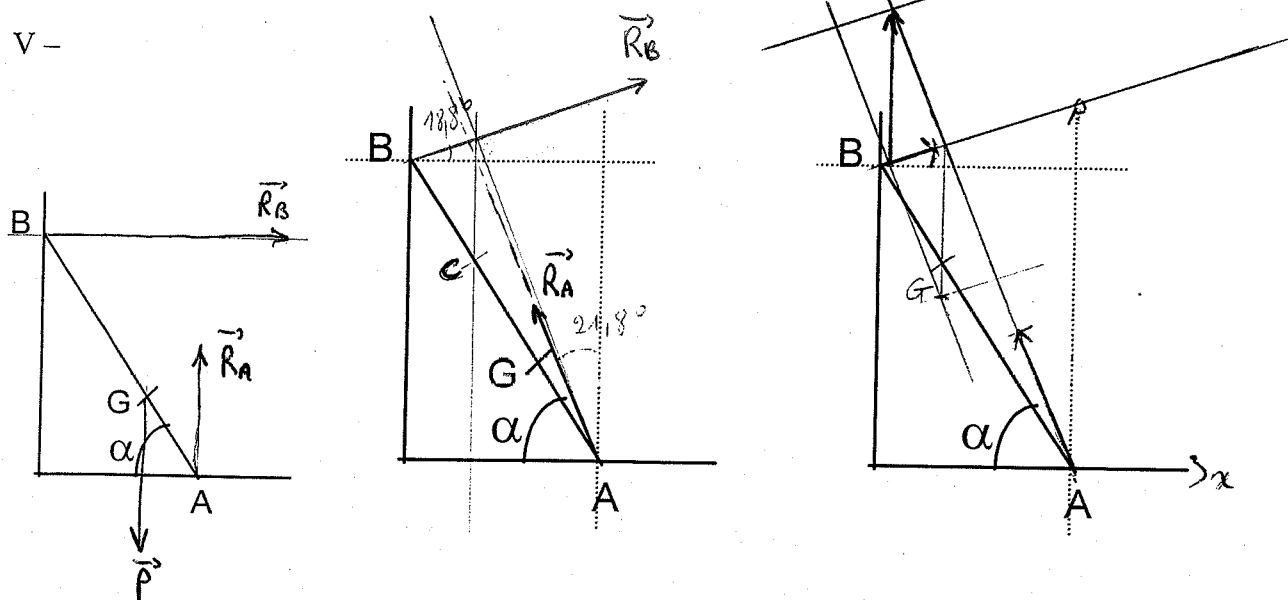
$$T_1 = N_2$$

$$T_2 = \frac{t_1 t_2 P}{1 + t_1 t_2}$$

$$R_A = \frac{P}{\cos \alpha_1 + \sin \alpha_1 \tan \alpha_2}$$

$$R_B = \frac{P \sin \alpha_1}{\cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \sin \alpha_1 \sin \alpha_2}$$

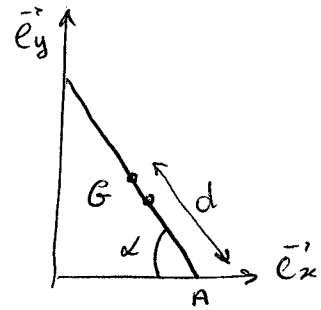
IV -


$$V_-$$


4) 2^e loi de l'équilibre :

$$\sum \vec{M}_A = \vec{0}$$

$$\vec{AG} \wedge \vec{P} + \vec{AB} \wedge \vec{R}_B = \vec{0}$$



$$\begin{vmatrix} -d \cos \alpha \\ d \sin \alpha \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ -P \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -l \cos \alpha \\ l \sin \alpha \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} N_2 \\ T_2 \\ 0 \end{vmatrix} = \vec{0}$$

$$d P \cos \alpha - l \cos \alpha T_2 - l \sin \alpha N_2 = 0$$

$$\rightarrow d = \frac{l (T_2 \cos \alpha + N_2 \sin \alpha)}{P \cos \alpha}$$

$$d = \frac{l}{P} (T_2 + N_2 \tan \alpha) = \frac{l N_2}{P} (t_2 + \tan \alpha)$$

$$\rightarrow \boxed{d = \frac{t_1 l}{1 + t_1 t_2} (t_2 + \tan \alpha)}$$