I.U.T. de CAEN
Mesures Physiques
1ère année

OSCILLATEUR MECANIQUE
REGIME LIBRE ET REGIME FORCE

I - PRESENTATION THEORIQUE

1) Mouvements libres

L'oscillateur considéré est un disque en rotation autour d'un axe horizontal et soumis à la force de rappel d'un ressort spiral. Lorsque le disque tourne d'un angle θ suffisamment petit, le ressort exerce un couple de moment - C θ .

Si, en outre le disque subit des forces d'amortissement de moment : $-\alpha\dot{\theta}$, l'équation du mouvement est:

$$I\ddot{\theta} = -\alpha\dot{\theta} - C\theta \qquad \text{soit:} \qquad I\ddot{\theta} + \alpha\dot{\theta} + C\theta = 0$$

Il est utile d'introduire les paramètres ξ constante d'amortissement et ω_0 pulsation propre de l'oscillateur, l'équation s'écrit alors:

$$\ddot{\theta} + 2\xi\omega_0\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$$

La résolution de cette équation fournit différentes solutions selon la valeur de ξ:

- Si $\xi = 0$ (pas d'amortissement), l'équation est celle de l'oscillateur harmonique et la solution est:

$\theta = A \sin(\omega_0 t + \phi)$

- Si $\xi < 1$, la solution est: $\theta = A e^{-\xi\omega_0 t} \sin(\Omega t + \phi)$

le système oscille avec une amplitude décroissante, il s'agit du mouvement pseudo périodique.
La pulsation (pseudo pulsation) est $\Omega = \omega_0 \sqrt{1-\xi^2}$

- Si $\xi \geq 1$, le système s'immobilise rapidement sur sa position d'équilibre. C'est le régime apériodique, la décroissance étant plus rapide pour $\xi = 1$ (régime critique).

2) Mouvement forcé

Le système subit une force extérieure de moment $M(t) = M_0 \sin \omega t$, l'équation du mouvement devient:

$$I\ddot{\theta}+\alpha\dot{\theta}+C\theta=M_0\sin\omega t$$

soit, en utilisant les mêmes paramètres:

$$\ddot{\theta}+2\xi\omega_0\dot{\theta}+\omega_0{}^2\theta=\omega_0{}^2\theta_0\sin\omega t$$

θ_0 représente l'amplitude du mouvement de l'excitateur.

La solution est, en régime permanent (cf cours):

$$x(t) = \theta_0 \, G \sin(\omega t+\phi)$$

avec G (gain) = $\dfrac{\omega_0{}^2}{\sqrt{\left(\omega_0{}^2-\omega^2\right)^2+4\xi^2\omega_0{}^2\omega^2}}$ et $\tan\phi = \dfrac{2\xi\omega_0\omega}{\omega^2-\omega_0{}^2}$

L'objet du TP est d'observer ces différents mouvements, et les variations du gain avec la pulsation imposée ω et le facteur d'amortissement ξ.

II – MANIPULATION

Le mouvement du disque est transmis à l'aide d'un fil lesté à un capteur de déplacement connecté à un adaptateur transducteur, lui-même connecté à un interface "Sensor Cassy", relié à l'ordinateur.
Brancher l'interface Cassy.
Allumer l'ordinateur et ouvrir le logiciel Cassy (dans le répertoire mecanique).
Suivre la notice pour les différentes étapes.
Dans la fenêtre Paramétrage du capteur, il faudra choisir:
Grandeur mesurée: en Angle; résolution: 1 mm; gamme de mesure: 2 rad. Il faut fournir le rayon de la trajectoire du fil: le mesurer précisément.
Dans la fenêtre Paramètres de mesure, régler un intervalle de 10 ms (entre 2 points de mesure), et une durée de mesure de 30s. Pour pouvoir superposer plusieurs courbes, il faut cocher l'option correspondante dans cette même fenêtre.

1) Mouvements libres

1-1) Sans amortissement, tout d'abord.
1-2) Avec amortissement.
L'amortissement est obtenu par des courants de Foucault délivrés par une bobine alimentée par une tension variant de 0 à 24V. Choisir une intensité du courant, à voir avec l'enseignant.

Déterminer la fréquence f des oscillations.
Imprimer la courbe, sur laquelle seront indiqués les points choisis (et leurs coordonnées) pour calculer la période.

<u>Décrément logarithmique:</u>

L'amplitude des oscillations décroît. Les maximums suivent une loi en $e^{-\xi \omega_0 t}$, c'est-à-dire que si A_n est l'ordonnée du n° maximum, celle du n+1 °, obtenu après une pseudo-période T, est $A_{n+1} = A_n e^{-\xi \omega_0 T}$. On peut écrire:

$\frac{A_{n+1}}{A_n} = e^{-\xi\omega_0 T} = e^{-\delta}$ La quantité $\delta = \xi\omega_0 T$ est appelée décrément logarithmique.

En choisissant un premier maximum noté A_0 et un autre A_n distants de n périodes :

$\frac{A_n}{A_0} = e^{-n\delta}$ soit: $\ln\left(\frac{A_n}{A_0}\right) = \ln A_n - \ln A = - n\, \delta = = - n\, \xi\, \omega_0\, T$

La représentation de $\ln A_n$ en fonction de n est une droite de pente $a = -\xi\, \omega_0 T$.
En utilisant l'expression de $T = \frac{2\pi}{\Omega}$ et $\Omega = \omega_0 \sqrt{1-\xi^2}$, on obtient: $a = -\frac{\xi 2\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}$.

La détermination de a permettra d'accéder à la valeur de ξ.

Préparation: **exprimer ξ en fonction de a.**

Faire un tableau avec quelques valeurs successives (4 ou 5) d'amplitude en fonction du numéro du maximum,n, et représenter lnA en fonction de n (sur un tableur). Calculer la pente et en déduire ξ.
Puis calculer la fréquence propre f_0 à partir de la pseudo-fréquence f: comme $\omega = 2\pi f$, la relation entre les fréquences est la même que celle entre les pulsations: $f = f_0 \sqrt{1-\xi^2}$.

1-3) Influence de l'amortissement

Ouvrir un nouveau fichier, et tracer des courbes pour différents amortissements. Il est possible de réduire la durée de mesure.
On relèvera l'intensité du courant, **qui ne doit pas dépasser 2 A.**
Vous ferez environ 6 courbes. Pour les légendes, utiliser la commande contextuelle "placer une marque".
Essayez de repérer le régime critique.

2) Mouvement forcé

Le disque peut être mis en mouvement par un excentrique entraîné par un moteur dont la vitesse est variable au moyen d'un potentiomètre. Ce réglage permet de faire varier la fréquence du mouvement excitateur . La tension d'alimentation du boîtier est 24 V, la valeur de la tension fournie au moteur sera lue sur un voltmètre.

2-1) Mesure de l'amplitude A_0 du mouvement excitateur.

Placer le fil de façon à mesurer le mouvement excitateur. Pour obtenir des mesures en angles, il faudra fournir la valeur du rayon de la trajectoire du fil, à mesurer.
En faisant varier la fréquence, remarquer que l'amplitude est constante. Pourquoi?

2-2) Courbes de gain, résonance

Replacer le fil de façon à mesurer le mouvement du disque, sans oublier de modifier la valeur du rayon.
a) Pour la même valeur du facteur d'amortissement que dans le § 1-2 , mesurer l'amplitude et la période des oscillations pour différentes tensions appliquées au moteur. On constate que l'amplitude augmente au voisinage de la fréquence propre du système. Comment s'appelle ce phénomène?
Sur le tableur, composer le tableau suivant:

Tension moteur (V)	Max	Min	Amplitude crête-crête A_{CC}	gain G	instant t_1	instant t_2	Nombre d'oscillations N	Période = T	Fréquence = f (formule)	= Log f

Tracer la courbe de gain en fonction du log de la fréquence. Pour localiser le maximum, il pourra être nécessaire d'ouvrir d'autres fichiers -Lab.

La courbe présente un maximum $\text{Gmax} = \dfrac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$ (car ξ <1), pour une fréquence précisément égale à $f_r = f_0\sqrt{1-2\xi^2}$. Localiser ce maximum et relever la fréquence de résonance. Il pourra en être déduit une valeur approximative de ξ.

Préparation:
L'expression de ξ en fonction de Gmax nécessite de résoudre une équation du second degré.
Montrer que les racines sont: $\xi = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1 \pm \sqrt{1-\dfrac{1}{\text{G}\max^2}}}$
Une seule de ces deux racines est possible, car le passage à la limite Gmax $\rightarrow \propto$ correspond à $\xi = 0$ et non $\xi = 1$. Laquelle ?

Des développements limités en 1/Gmax de cette racine permettent d'obtenir finalement une expression de ξ : $\xi \approx \dfrac{1}{2\text{G}\max}$ (à l'ordre 2, le terme d'ordre 2 étant nul)
En déduire une estimation de ξ, puis une estimation de f_0.

b) Pour un amortissement élevé, refaire une courbe de gain. 4 – 5 points seront suffisants.
Dessiner les deux courbes sur la même feuille pour pouvoir les comparer.

2-3) Résonance aigue

Sans amortissement, chercher la résonance (observation).