IUT de Caen **24 Janvier 2004**
Département de Mesures Physiques **8h30-11h30**

Mécanique

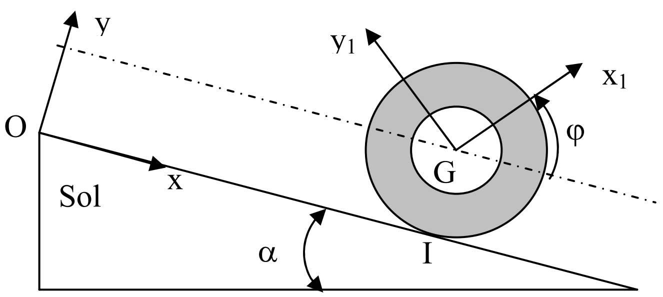
(Seule une fiche personnelle recto-verso et les calculettes sont autorisées. Les questions 1, 2, 3 et 4 sont indépendantes.)

1: Moment d'inertie d'un tube (cylindre creux)

Calculer le moment d'inertie I_{oz} d'un tube homogène de masse m, de rayon interne r_1, de rayon externe r_2 et de longueur ℓ par rapport à son axe de révolution, en utilisant la définition du moment d'inertie.

2: Roulement d'un tube sur plan incliné

On lâche un tube (masse m, rayon extérieur r_2, rayon intérieur r_1) soumis à la pesanteur sans vitesse initiale sur un plan incliné. Le tube roule sans glisser sur le plan. A l'instant t = 0, les coordonnées du centre de masse G du tube sont (o, r_2) dans le repère (0, x, y).



21: En utilisant la relation du champ des vitesses, donner la relation entre la vitesse $\dot{x}$ du point G et la vitesse de rotation $\dot{\varphi}$ du cylindre.

22: Au cours du mouvement, l'expression de l'énergie cinétique du tube est la suivante:

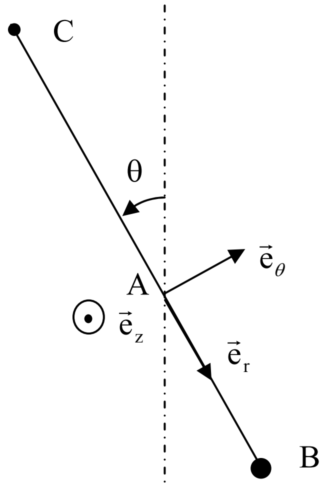
$$Ec = mv_G^2/2 + I_{Gz}\dot{\varphi}^2/2$$

En admettant la relation $\dot{x} = -r_2\dot{\varphi}$, calculer l'accélération $\ddot{x}$ de G en fonction des données et de I_{Gz} (on n'explicitera pas I_{Gz}).

A.N.: Calculer l'accélération du tube, puis sa vitesse et sa position au bout de 10 s.
Données: r_1 = 2 cm, r_2 = 3 cm, α = 1°, m = 10 kg, I_{Gz} = 6,5 10^{-3} kg.m^2
Accélération de pesanteur terrestre à l'altitude 0 g = 9,81 ms^{-2}

daniel.chateigner@ensicaen.fr, CRISMAT-ENSICAEN

3: Métronome

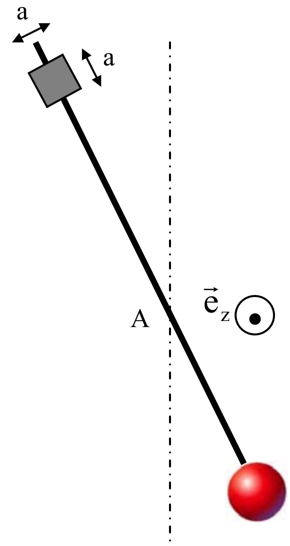


Un métronome mécanique est constitué d'une tige de masse négligeable pouvant pivoter sans frottement autour d'un axe Δ horizontal de vecteur unitaire $\vec{e}_z$ passant par A. Cette tige porte à son extrémité inférieure une masse M ponctuelle en B, et de l'autre côté, en C, une masse ponctuelle m que l'on peut déplacer.

On donne AB = d (fixe), et AC = x (réglable), avec Md > mx.

31: Retrouver l'équation différentielle décrivant le mouvement du métronome puis déterminer la période des petites oscillations autour de la position verticale d'équilibre.

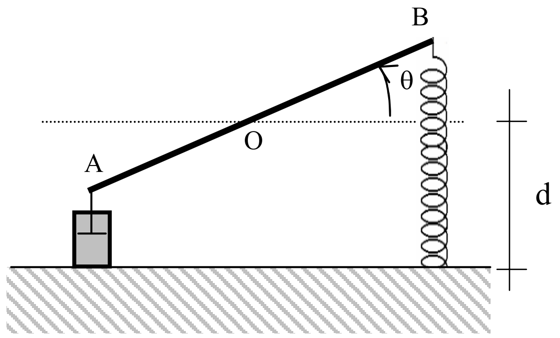
32: Examiner le cas où x = 0 et le cas limite $T \to \infty$.



33: En réalité les masses m et M ne sont pas ponctuelles. La masse m est un parallélépipède de base carrée de côtés a et d'épaisseur e, centré sur C, et M est une masse sphérique de rayon R centrée en B; ces deux solides sont homogènes. En utilisant les résultats de TD sur les moments d'inertie de solides de formes simples, calculer le moment d'inertie du métronome par rapport à son axe de rotation.

4: Oscillateur amorti

Une tige filiforme AB de masse m, de longueur L peut tourner dans un plan vertical autour d'un axe horizontal fixé au bâti, passant par son centre O.
En A, la tige subit une force d'amortissement fluide de coefficient α. En B est fixé un ressort vertical relié au bâti, de raideur k, de longueur à vide ℓ_0. On note θ l'inclinaison de la tige par rapport à l'horizontale. On considère le domaine des oscillations de faibles amplitudes.



41: Ecrire l'équation du mouvement. Calculer la pulsation propre ω_0 et la période propre T_0.

42: Quel est le type de mouvement décrit par la barre ? Si l'on note $A_0 = A(t=0)$ l'amplitude à t = 0, exprimer l'amplitude au bout d'un temps $t = 10\,T_0$.

Données : $m = 3$ kg, $L = 1$ m, $\alpha = 0,22$ N.s.m^{-1}, $k = 100$ N m^{-1}

daniel.chateigner@ensicaen.fr, CRISMAT-ENSICAEN