# Février 2014

I) 11)

$$\vec{v}(I_3) - \vec{v}(O) = \vec{\Omega}_3 \wedge \vec{OI_3}$$

or $\vec{v}(O) = \vec{0}$ $\Rightarrow$ $\vec{v}(I_3) = \vec{\Omega}_3 \wedge \vec{OI_3}$

$$\vec{v}(I_3) = \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} -R \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -Rz \\ Ry \end{vmatrix}$$

12) $\vec{v}(I_1) = \vec{v}(O_1) + \vec{\Omega}_1 \wedge \vec{O_1I_1}$

avec $\vec{v}(O_1) = \vec{0}$ $\Rightarrow$ $\vec{v}(I_1) = \vec{\Omega}_1 \wedge \vec{O_1I_1}$

$$\vec{v}(I_1) = \begin{vmatrix} 0 \\ \omega_1 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} r \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -r\omega_1 \end{vmatrix}$$

13) $\vec{v}(J_3) - \vec{v}(O) = \vec{\Omega}_3 \wedge \vec{OJ_3}$

$\vec{v}(O) = \vec{0}$ $\Rightarrow$ $\vec{v}(J_3) = \vec{\Omega}_3 \wedge \vec{OJ_3}$

$$\vec{v}(J_3) = \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ -R \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Rz \\ 0 \\ -Rx \end{vmatrix}$$

14) $\vec{v}(J_2) = \vec{v}(O_2) + \vec{\Omega}_2 \wedge \vec{O_2J_2}$

$\vec{v}(O_2) = \vec{0}$ $\Rightarrow$ $\vec{v}(J_2) = \vec{\Omega}_2 \wedge \vec{O_2J_2}$

$$\vec{v}(J_2) = \begin{vmatrix} \omega_2 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ r \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_2 r \end{vmatrix}$$

15) Les conditions de roulement sans glissement en I et J

s'écrivent :

$$\begin{cases} \vec{g}_{S_1/S_3} = \vec{v}(I_3) - \vec{v}(I_1) = \vec{0} \\ \vec{g}_{S_2/S_3} = \vec{v}(J_3) - \vec{v}(J_2) = \vec{0} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} \vec{v}(I_3) = \vec{v}(I_1) \\ \vec{v}(J_3) = \vec{v}(J_2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{vmatrix} 0 \\ -Rz \\ Ry \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -r\omega_1 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{vmatrix} Rz \\ 0 \\ -Rx \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ r\omega_2 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad z = 0 \qquad y = \frac{-r\omega_1}{R} \qquad x = \frac{-r\omega_2}{R}$$

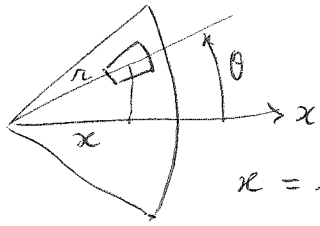
$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{\Omega}_3 = -\frac{r}{R} \begin{vmatrix} \omega_2 \\ \omega_1 \\ 0 \end{vmatrix}}$$

2) $m\,\vec{OG} = \int \vec{OM}\, dm$

$dm = \rho\, dV$
$= \rho\, r\,dr\,d\theta\,dz$

symétrie : $G \in Ox$

$\Rightarrow \quad m\, x_G = \int x\, dm$




$x = r\cos\theta$

$$x_G = \frac{\rho}{m}\int r\,dr\,d\theta\,dz \cdot x$$
$$= \frac{\rho}{m}\int_0^R r^2 dr \int_{-\alpha}^{\alpha}\cos\theta\, d\theta \int_0^h dz$$
$$= \frac{\rho}{m}\,\frac{R^3}{3}\cdot 2\sin\alpha \cdot h$$

$$m = \int dm = \rho\int r\,dr\,d\theta\,d\varphi$$
$$= \rho\int_0^R r\,dr\int_{-\alpha}^{\alpha} d\theta\int_0^h dz$$
$$= \rho\,\frac{R^2}{2}\cdot 2\alpha\cdot h$$

$$\boxed{x_G = \frac{2}{3}\frac{R}{\alpha}\sin\alpha}$$