IUT de Caen **13 Juin 2008**
Département de Mesures Physiques **13h30 – 16h30**

Mécanique

(Aucun document autorisé. Les calculatrices sont autorisées uniquement pendant les 5 dernières minutes de l'examen. Les questions 1, 2, 3, 4 et 5 sont indépendantes.)

1: Cinématique du point

Un point P se déplace dans le plan (xOy) de telle façon que sa position soit définie à chaque instant par:

$$x(t) = A \sin(\omega t)\cos(\omega t)$$

$$y(t) = A \sin^2(\omega t) \qquad (A \text{ et } \omega > 0)$$

11: Montrer que la trajectoire est un cercle dont on déterminera le centre et le rayon. Tracer schématiquement la courbe représentant cette trajectoire.

12: Calculer $\overrightarrow{v(P)}$ et $\overrightarrow{a(P)}$.

13: Exprimer les composantes de $\overrightarrow{a(P)}$ en fonction de x et y. En déduire les équations différentielles vérifiées par x et y. Donner la forme générale des solutions.
(il n'est pas demandé de retrouver les formes proposées dans l'énoncé)

14: Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{a(P)} \cdot \overrightarrow{v(P)}$. Que peut-on en conclure sur le type de mouvement décrit par P ?

15: On cherche $\vec{\Omega}$, le vecteur vitesse de rotation du point P autour de son axe de rotation.

151: Une seule de ses composantes est non nulle. Laquelle et pourquoi ?
152: Déterminer $\vec{\Omega}$. Dans quel sens est parcouru le cercle ?

2: Résistance des Matériaux

21. Quelles sont les composantes non nulles des efforts pour des sollicitations de types:

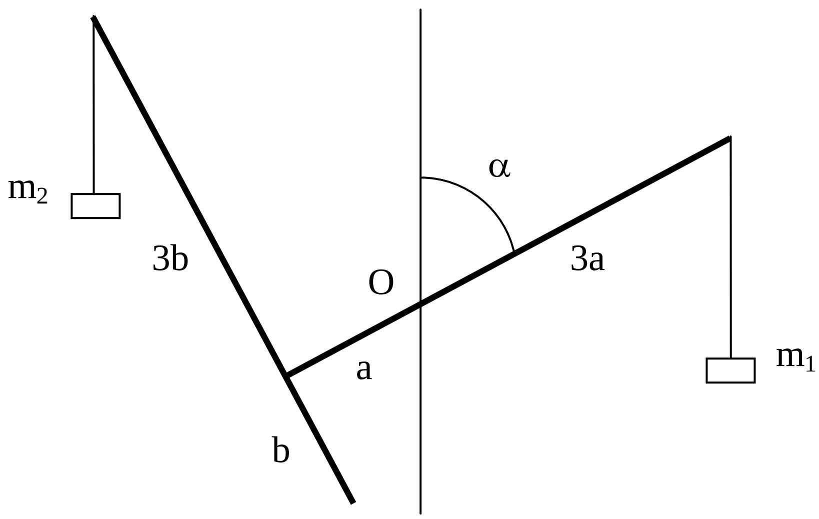
Traction simple
Cisaillement simple
Flexion plane simple

22. Schématiser l'allure d'une courbe obtenue lors d'un essai de traction simple. Comment définit-on le module d'Young sur cette courbe ?

daniel.chateigner@ensicaen.fr, CRISMAT-ENSICAEN

3: Statique

Un système constitué de deux barres perpendiculaires entre elles peut tourner sans frottement autour d'un axe horizontal passant par O et perpendiculaire à la feuille. On considère le système à l'équilibre. La barre de longueur 4a possède une masse M_1, et la barre de longueur 4b une masse M_2. On accroche aux extrémités de ces deux barres deux masses m_1 et m_2 respectivement. Quelle que soit la valeur de α, les fils reliant les masses aux barres restent verticaux.



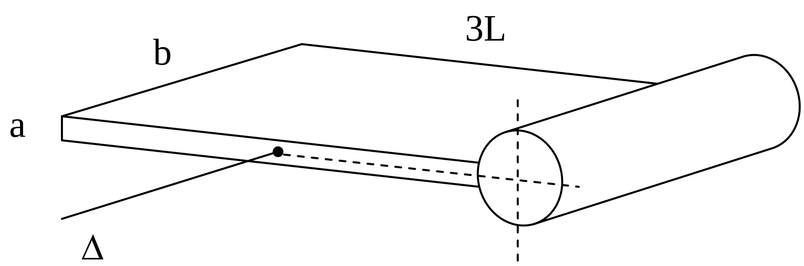
31: Donner l'expression de la réaction $\vec{R}$ de l'axe de rotation sur le système.

32: Quelle condition vérifie l'angle α en fonction de a, b et des masses ?

4: Moments d'inertie

41: Enoncer le théorème de Huyghens

42: On veut calculer le moment d'inertie de l'objet ci-dessous. Pour cela on procède en 3 temps.



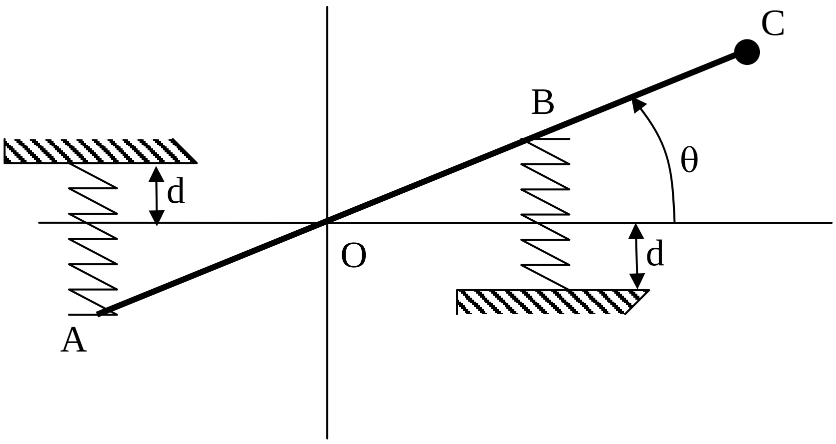
421: Calculer le moment d'inertie I_p d'une plaque homogène de masse m_p, d'épaisseur a, de largeur b et de longueur 3L par rapport à l'axe Δ passant par son centre de masse et parallèle à sa largeur.

422: Calculer le moment d'inertie I_c d'un cylindre homogène de masse m_c, de rayon R et de longueur b, par rapport à son axe de révolution.

433: Calculer alors le moment d'inertie total par rapport à Δ.

5. Oscillateur

Le système (plaque + cylindre) de la question 4, tourne sans frottement autour d'un axe horizontal Oz fixe. Son moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation est noté I. Deux ressorts linéaires verticaux identiques et de masses négligeables sont fixés à la plaque aux points A et B. La longueur au repos des ressorts est ℓ_0, leur raideur est k. On donne OA = OB = L. On repère le mouvement par l'angle θ entre le plan (xOz) et la plaque. L'angle θ est suffisamment petit pour pouvoir considérer que les ressorts restent verticaux.



51. Etablir l'équation du mouvement du système. Réduire l'équation différentielle précédente pour de faibles amplitudes de mouvement.

52. Donner l'expression de k en fonction des paramètres m_p, m_c, L, R, ℓ_0 et d, pour que la plaque soit horizontale à l'équilibre.

53. La condition précédente étant vérifiée, réécrire l'équation différentielle.

Quel est le type de mouvement décrit par le système ?
Calculer la pulsation propre ω_0.
On donne: k = 1000 N/m; L = 1 m; I = 2000 kg.m^2.