IUT de Caen **19 Juin 2009**
Département de Mesures Physiques **14h00 – 16h30**

Mécanique

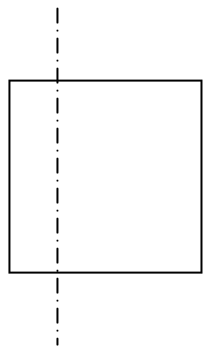
(Aucun document autorisé. Les calculatrices sont autorisées uniquement pendant les 10 dernières minutes de l'examen. Les questions 1, 2, 3, 4 sont indépendantes.)

Rédiger les exercices 1 et 2 sur une copie, les ex. 3 et 4 sur une autre copie.

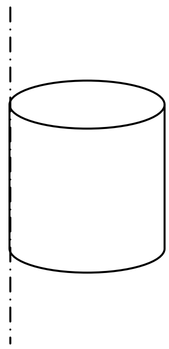
1: Centres de masses

11: Enoncer les deux théorèmes de Guldin, en explicitant tous les termes intervenant et les conditions d'utilisation.

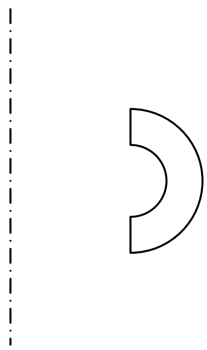
12: Parmi les formes géométriques suivantes (de a à d), quelles sont celles pour lesquelles les théorèmes de Guldin ne s'appliquent pas par rotation autour de l'axe vertical indiqué en pointillés ? Justifier.



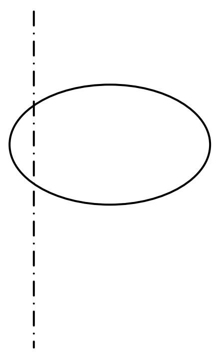
a)



b)



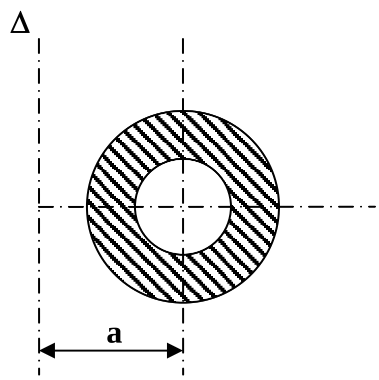
c)



d)

13:

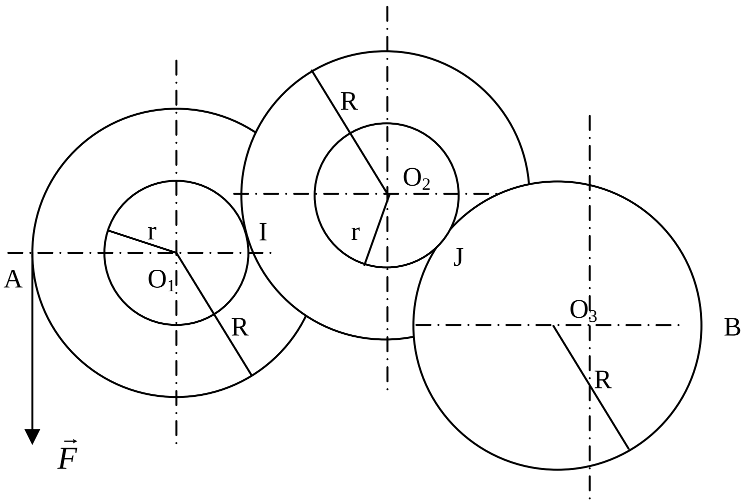
Calculer le volume engendré par rotation autour d'un axe vertical Δ du disque évidé (de grand et petit rayons R et r respectivement), en utilisant le théorème de Guldin.



daniel.chateigner@ensicaen.fr, CRISMAT-ENSICAEN

2: Réducteur de vitesse

Un réducteur de vitesse est composé d'une succession d'engrenages (ici trois). Chaque engrenage consiste en un pignon (de rayon r) et une roue (de rayon R), en rotation autour d'un axe fixe O_iz. Les réactions au niveau de ces axes sont sans frottement. La transmission du mouvement d'un engrenage à l'autre se fait par contact sans glissement d'un pignon vers une roue, aux points I et J. En ces points, on supposera que les forces exercées par les engrenages l'un sur l'autre sont tangentielles (forces de frottement). On les notera $\vec{F}_{ij}$ (exercée par i sur j).
Le mouvement est initié sur la roue (1) avec une vitesse angulaire ω_1.



21: Exprimer la relation donnant la vitesse de rotation ω_3 de la roue(3) en fonction de ω_1, celle de la roue(1), en utilisant la relation du champ des vitesses.
AN (sans calculette): $\omega_1 = 1$ tr/mn, R = 50 r.
Les questions suivantes sont indépendantes de la question 21.

22: On considère l'engrenage(1), auquel est appliquée une force verticale $\vec{F}$ au point A.

221: Calculer les moments des forces appliquées par rapport à l'axe de rotation.

222: La roue, tournant à vitesse constante, vérifie les conditions d'équilibre. Expliciter ces conditions.

223: En déduire l'intensité de la force de frottement $\left\|\vec{F}_{21}\right\|$ au niveau du point I (en fonction de $\left\|\vec{F}\right\|$ (et des paramètres). Représenter $\vec{F}_{21}$

23: On considère à présent l'engrenage(2).

231: Représenter les forces de frottement appliquées et calculer leur moment par rapport à l'axe de rotation.

232: En déduire l'intensité de la force de frottement $\left\|\vec{F}_{32}\right\|$ au niveau du point J.

24: Le troisième engrenage est en contact sans glissement en B avec un solide. Déterminer la force $\vec{F}'$ qui s'exerce sur le solide et la représenter.
AN (sans calculette): R = 50 r $\left\|\vec{F}\right\|$ = 10 N.

25: La réaction du support en O_3 est-elle verticale?

3: Moments d'inertie

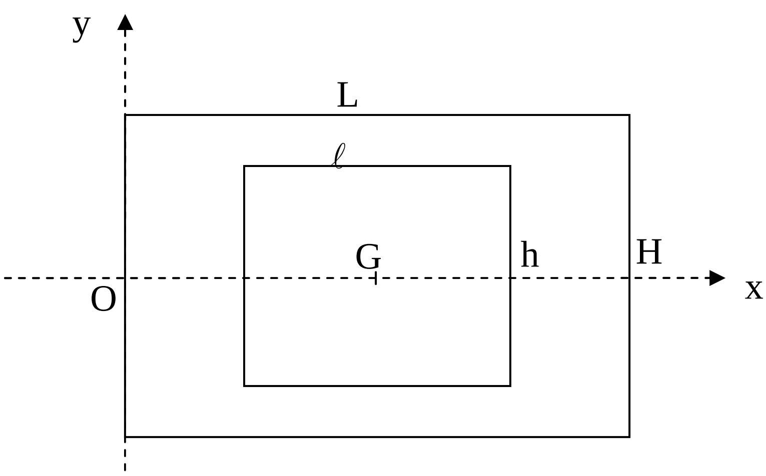
Une plaque mince homogène de masse m, de largeur L et de hauteur H est évidée en son centre d'un rectangle de largeur ℓ et de hauteur h. On veut calculer son moment d'inertie par rapport à l'axe Oy. On suggère les étapes suivantes:

31: Calculer le moment d'inertie I_{Gy} de la plaque pleine de côtés L et H. Le résultat sera exprimé en fonction de la masse surfacique σ

32: Calculer le moment d'inertie I_{Gy} de la plaque évidée. Le résultat sera exprimé en fonction de la masse m de la plaque.

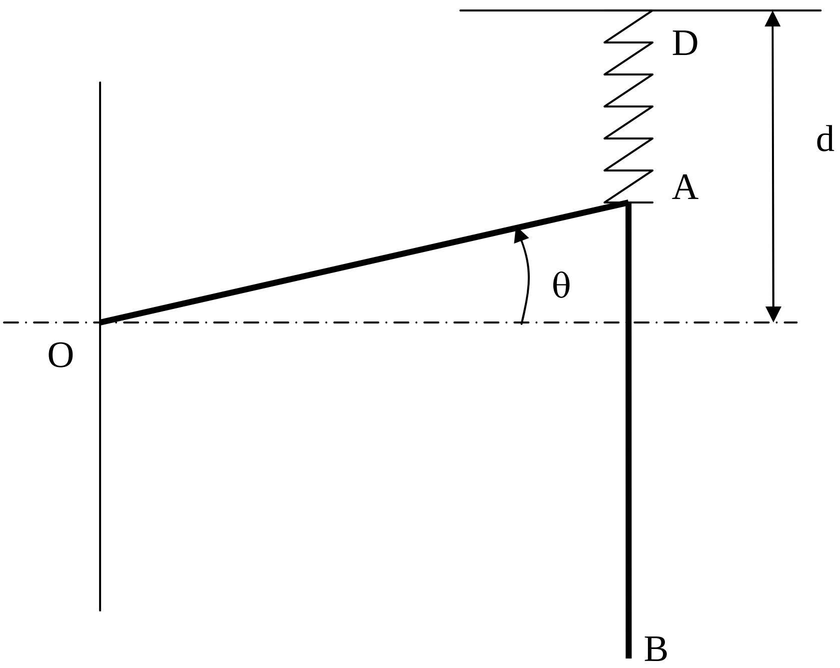
33: Calculer le moment d'inertie I_{Oy} de la plaque évidée.

34: Application numérique: L = 1m; H = 0,5m; ℓ = 0,5m; h = 0,4m; m = 20kg.



4: Oscillateur

Un système est constitué d'une barre OA, de masse m, de longueur L, repérée par rapport à l'horizontale par un angle θ, et d'une barre AB identique, verticale. Les deux barres sont parfaitement articulées en A, et la barre AB est contrainte de se déplacer en restant verticale, sans frottement. L'articulation O est constituée d'un ressort spiral de constante de torsion c, de torsion nulle quand $\theta = 0$, et opérant un amortissement visqueux (fluide) de constante χ. Un ressort linéaire de masse négligeable et de constante de raideur k permet la suspension du système en D. La longueur au repos du ressort linéaire est ℓ_0. L'angle θ est suffisamment petit pour pouvoir considérer que le ressort reste vertical.



Rappels pour le ressort spiral:

- L'énergie potentielle du couple de rappel est $Ep(R_{spiral}) = c\theta^2/2$
- La puissance développée par le couple d'amortissement est $P(R_{spiral}) = -\chi \dot{\theta}^2$

41: Etablir l'équation du mouvement du système.

Réduire l'équation différentielle précédente pour de faibles amplitudes de mouvement.

42: Calculer d pour obtenir $\theta = 0$ à l'équilibre. Réécrire l'équation différentielle en conséquence.

43: Calculer la pulsation propre du mouvement, et le coefficient d'amortissement. Le mouvement est-il pseudo-périodique (justifier)?
A.N.: On donne: $k = 1000$ N/m; $c = 2$ N.m.rd^{-1}; $\chi = 2$ N.m.s. rd^{-1}; $L = 1$ m; $m = 10$ kg .