

Mécanique

(Aucun document autorisé. Les calculatrices ne sont pas utiles. Les exercices 1, 2, 3, 4 sont indépendantes.)

Rédiger les exercices 1 et 2 sur une copie, les ex. 3 et 4 sur une autre copie.

1: Equilibre statique d'une barre coudée

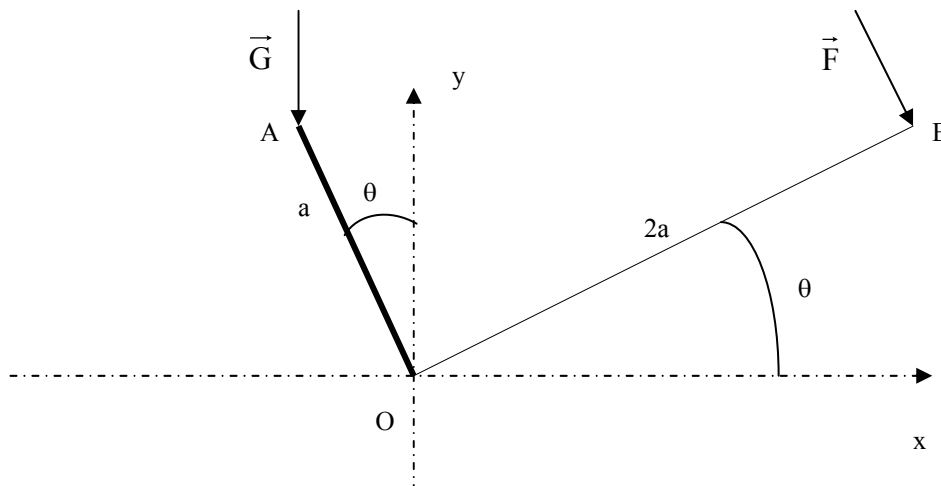
Une barre OA de masse m et de longueur a est actionnée par une force \vec{F} à l'aide d'une barre de masse négligeable OB soudée perpendiculairement à OA, de longueur $2a$. La force est appliquée perpendiculairement à OB. Le système est soumis au champ de pesanteur \vec{g} , et est libre de tourner sans frottement autour de l'axe Oz. En A s'applique une force verticale \vec{G} .

11: Inventorier les forces appliquées au système, puis énoncer sans calcul les équations d'équilibre statique.

12: Appliquer les équations précédentes pour déterminer:

121: la réaction en O en fonction des forces appliquées

122: la position d'équilibre θ en fonction de m , g , F , G .



2: Mouvement circulaire uniformément accéléré

Un point matériel M de masse m décrit une trajectoire circulaire de rayon R et de centre O. Le mouvement est uniformément accéléré ($\ddot{\theta} = \text{constante}$). La position du point M est repérée dans le repère polaire $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$.

21: Donner l'expression de θ en fonction du temps, sachant qu'à $t = 0$, le mobile M est en A ($\theta = 0$), avec une vitesse nulle.

Déterminer le temps que le point matériel mettra pour atteindre le point B ($\theta = \pi$).

221: Donner l'expression du déplacement $d\vec{l} = d\vec{OM}$ dans le repère polaire.

222: Déterminer l'accélération dans ce même repère.

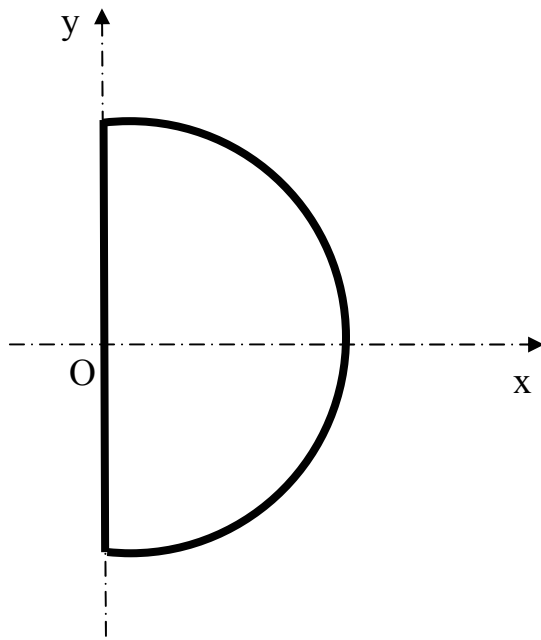
223: En appliquant le principe fondamental de la dynamique, déterminer les composantes dans la base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ de la résultante $\vec{F}(t)$ à laquelle est soumis le point matériel M.

23: Déterminer le travail $W_{A \rightarrow B}$ de la résultante $\vec{F}(t)$ lorsque M passe de A à B, en fonction de m, R et $\ddot{\theta}$.

24: Donner l'expression du moment $\vec{\mathcal{M}}_{\vec{F}/O}$ de la force $\vec{F}(t)$ par rapport à O.

25: Déterminer le moment cinétique $\vec{\sigma}_O$ de M en O. En appliquant le théorème du moment cinétique, retrouver l'expression du moment $\vec{\mathcal{M}}_{\vec{F}/O}$.

3: Centre de masse et moment d'inertie



31: Déterminer la position du centre de masse du demi-disque homogène, de centre O, de rayon R et de masse m.

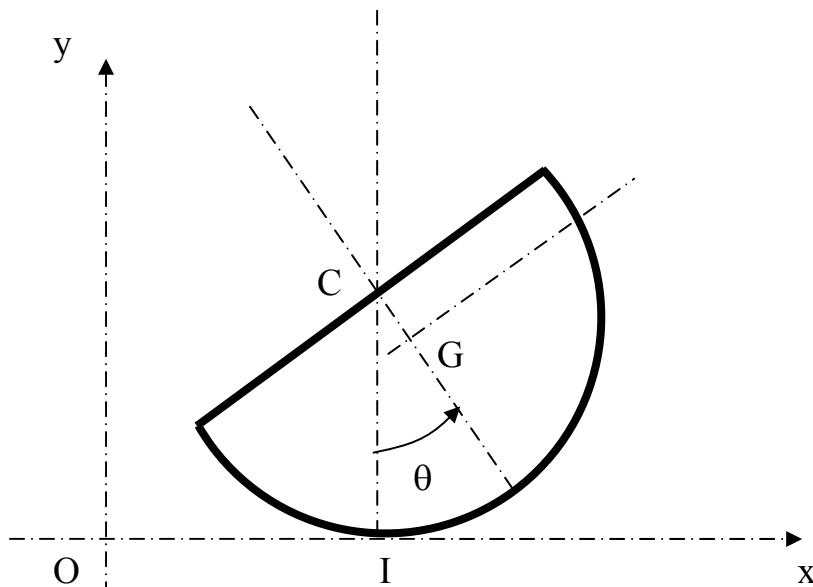
32: Calculer son moment d'inertie I_{Gz} par rapport à l'axe Gz .

4:

Le demi-disque précédent roule sans glisser dans le plan vertical (xOy). Le point de contact entre le demi-disque et le sol est I. Le plan d'appui (xOz) est immobile.

On prendra $CG = b$, et $I_{Gz} = a mR^2$ ($a = \text{constante}$).

La position du demi-disque est repérée par θ , l'angle entre le rayon passant par G et la verticale.



41: Déterminer la vitesse \vec{v}_G en utilisant la relation du champ des vitesses, en fonction de b , R , θ , $\dot{\theta}$.

42: