

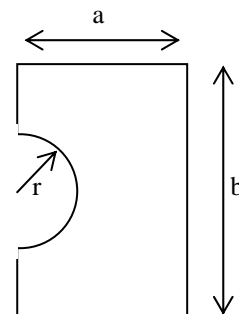
Mécanique
2 heures 30

Aucun document autorisé. La calculatrice pourra être utilisée pendant les 5 dernières minutes de l'épreuve. Toutes les réponses doivent être justifiées.

Rédiger les exercices 1 et 2 sur une copie, les ex. 3 et 4 sur une autre copie.

1: Centre de masse

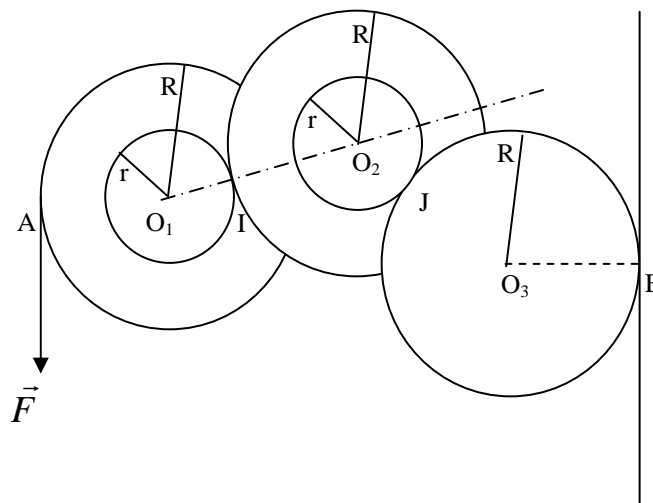
A l'aide du théorème de Guldin, calculer la position du centre de masse de la surface plane formée d'un rectangle évidé d'un $\frac{1}{2}$ cercle:



2: Réducteur de vitesse (3 parties indépendantes)

Vous rendrez la feuille annexe avec les figures.

Un réducteur de vitesse est composé d'une succession d'engrenages (ici trois). Chaque engrenage consiste en un pignon (de rayon r) et une roue (de rayon R), en rotation autour d'un axe fixe horizontal $O_i z$. Les réactions au niveau de ces axes sont sans frottement. La transmission du mouvement d'un engrenage à l'autre se fait par contact sans glissement d'un pignon vers une roue, aux points I et J. En ces points, on supposera que les forces exercées par les engrenages l'un sur l'autre sont tangentielles (forces de frottement). On les notera \vec{F}_{ij} (exercée par i sur j). Une force verticale \vec{F} est appliquée au point A de la roue(1) et entraîne sa rotation. On notera ω_1 , ω_2 et ω_3 les vitesses angulaires des engrenages.



21: En utilisant la relation du champ des vitesses, exprimer ω_2 en fonction de ω_1 . En exprimant de même ω_3 en fonction de ω_2 , trouver la relation entre ω_3 et ω_1 .
AN (sans calelette) réalisée avec les fréquences: $f_1 = 1$ tr/mn, $R = 50$ r, calculer f_3 .

22: On considère l'engrenage(1).

221: Représenter sur la fig.1 la force de frottement \vec{F}_{21} exercée par l'engrenage(2).

222: Calculer les moments des forces appliquées sur l'engrenage (1) par rapport à l'axe de rotation.

223: La roue, tournant à vitesse constante, vérifie les conditions d'équilibre. Enoncer et expliciter ces conditions.

224: En déduire l'intensité de la force de frottement F_{21} en fonction de F (et des paramètres).

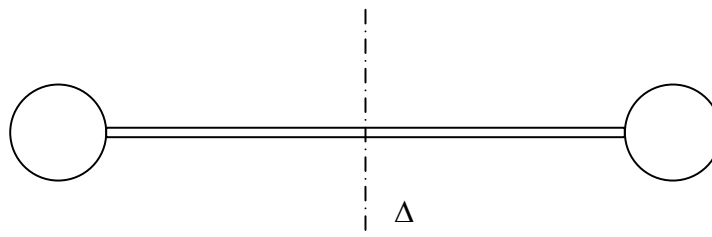
23: On considère l'engrenage(3), qui tourne également à vitesse constante. Il est soumis de la part de l'engrenage (2) à la force de frottement \vec{F}_{23} et, de la part d'un solide avec lequel il est en contact en B, à la force \vec{R}_B , dont la ligne d'action est verticale: cf fig.2. Le poids de l'engrenage sera négligé devant ces forces.

231: Déterminer l'intensité R_B en fonction de F_{23}

232: Déterminer la réaction du support \vec{R} . Représenter le système de forces sur la fig.3.

3: Moment d'inertie: volant d'inertie

Un volant d'inertie entretient la rotation d'un système mécanique. Ce volant est constitué de deux sphères de masses m , de rayon R , situées symétriquement par rapport à l'axe de rotation Δ du volant. Les deux sphères sont reliées entre elles par une barre filiforme rectiligne de masse m' de longueur $2L$. Les solides sont considérés comme homogènes.



31: Calculer le moment d'inertie de la barre seule par rapport à Δ .

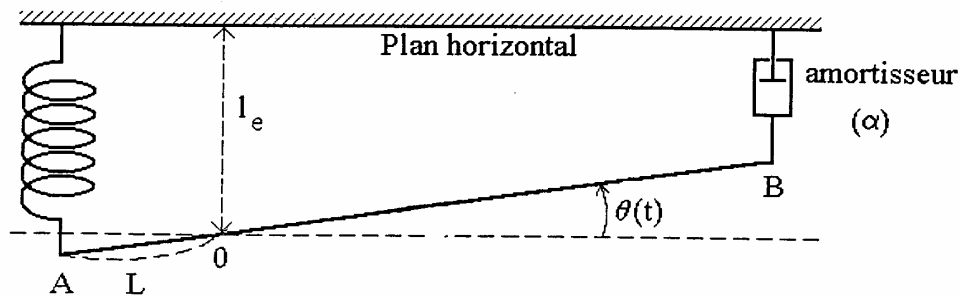
32: On rappelle le moment d'inertie d'une sphère homogène par rapport à un axe de révolution: $\frac{2}{5}mR^2$.

Calculer le moment d'inertie du système total par rapport à son axe de rotation Δ .

33: Sans calcul, mais avec justification: quelle masse (m ou m') vaut-il mieux augmenter pour augmenter l'inertie du système ?

34: De quelle énergie dispose-t-on si le volant est lancé à 2 tr s^{-1} ?
 Etablir l'expression littérale, puis dans les 5 dernières minutes faire le calcul numérique.
 A.N.: $m = m' = 10 \text{ kg}$; $R = 10 \text{ cm}$; $L = 1 \text{ m}$

4: Oscillations amorties



Une barre AB homogène, filiforme, de masse M , de longueur $4L$, est mobile sans frottement autour d'un axe horizontal perpendiculaire à la barre, passant par O . La position de la barre est repérée par l'angle θ avec le plan horizontal.

Un ressort de raideur k , de longueur au repos l_0 est fixé en A . Les oscillations ont une amplitude suffisamment petite pour que l'axe du ressort soit considéré comme constamment vertical. Au point B s'exerce une force d'amortissement fluide de constante α .

41: Calculer l'énergie mécanique de la barre.

42: Le système est-il conservatif?

43: Etablir l'équation du mouvement.

44: Quelle relation doit vérifier k , la raideur du ressort, pour que la barre soit horizontale à l'équilibre ?

45: Cette condition étant satisfaite, réécrire l'équation. Quel est le type de mouvement décrit par la barre ?