IUT de Caen **Juin 2012**
Département de Mesures Physiques

Mécanique
2 heures

Aucun document autorisé. La calculatrice pourra être utilisée pendant les 5 dernières minutes de l'épreuve. Toutes les réponses doivent être justifiées.

Les exercices 1, 2, 3 et 4 sont indépendants

1:Trajectoire et Vitesse

Les équations définissant un mouvement dans le plan (xOy), O étant le centre du repère, sont:

$x(t) = t$
$y(t) = (1-t^2)^{1/2}$

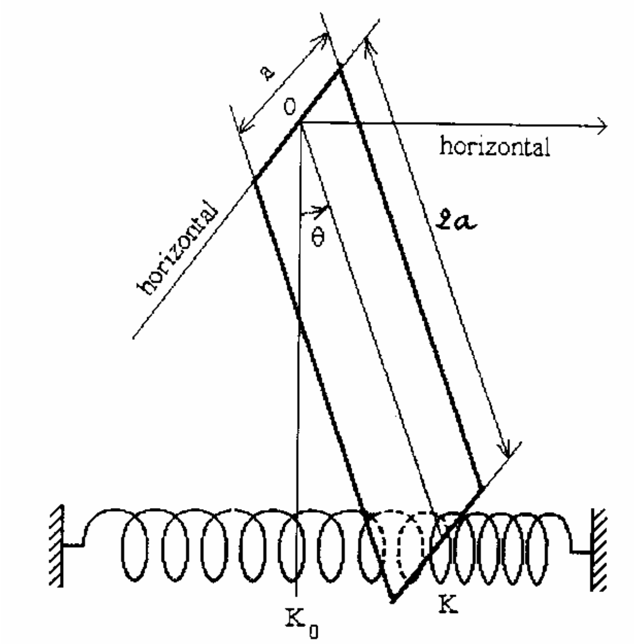
11: Quelle est la nature de la trajectoire ?

12: Déterminer le vecteur vitesse $\overrightarrow{v(M)}$, d'un point M respectant ce mouvement, puis la norme de $\overrightarrow{v(M)}$

13: Déduire les composantes normales et tangentielles (base de Frenet) du vecteur accélération $\overrightarrow{a(M)}$

14: Déterminer les composantes cartésiennes du vecteur accélération

2: Oscillations 1D



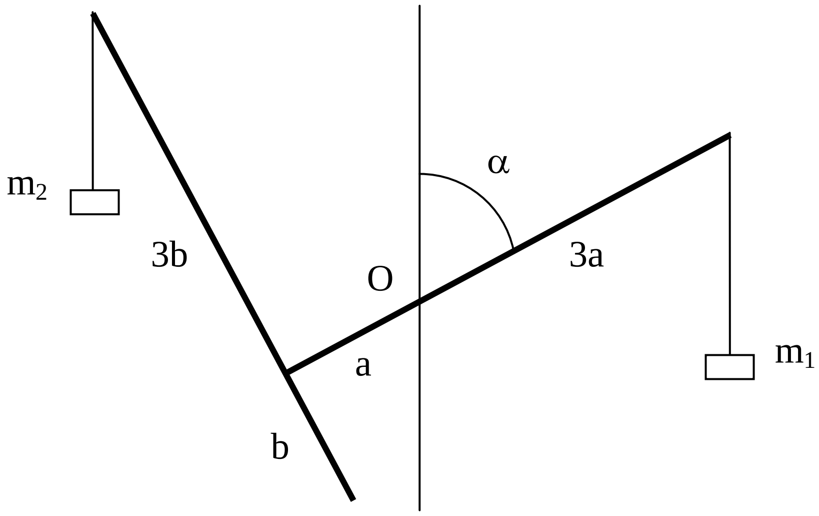
Une plaque plane homogène de masse m peut osciller sans frottement autour d'un axe fixe horizontal. En K (milieu d'un côté), sont fixés deux ressorts identiques de masses négligeables, de raideurs k, de longueurs au repos ℓ_0.

L'angle θ repère la position de la plaque par rapport à la verticale. Cet angle sera suffisamment petit (petites oscillations) pour que les directions des ressorts puissent être considérées comme horizontales.

Etablir l'équation du mouvement et la résoudre.

3: Statique

Un système constitué de deux barres perpendiculaires entre elles peut tourner sans frottement autour d'un axe horizontal passant par O et perpendiculaire à la feuille. On considère le système à l'équilibre. La barre de longueur 4a possède une masse M_1, et la barre de longueur 4b une masse M_2. On accroche aux extrémités de ces deux barres deux masses m_1 et m_2 respectivement. Quelle que soit la valeur de α, les fils reliant les masses aux barres restent verticaux.



31: Donner l'expression de la réaction $\vec{R}$ de l'axe de rotation sur le système.
32: Quelle condition vérifie l'angle α en fonction de a, b et des masses ?

4: Mesure d'un moment d'inertie – méthode de Gauss

La détermination du moment d'inertie d'un solide autour d'un axe n'est pas toujours possible par une méthode analytique (forme complexe, solide non homogène ...). Cette valeur peut toutefois être déterminée expérimentalement par la méthode des oscillations et de la surcharge inventée par Gauss, décrite ci-dessous.

Un fil de torsion de constante C passant par l'axe de rotation Δ // Oz est fixé au solide dont on veut déterminer le moment d'inertie I_1 (Figure 1). On fait osciller le "pendule de torsion" ainsi réalisé dans le plan horizontal (xOy). On s'arrange pour obtenir des frottements négligeables sur l'axe de rotation vertical Oz. Alors l'équation différentielle à laquelle obéit le solide est

$$I_1\ddot{\theta} + C\theta = 0\,,$$

de période d'oscillation T_1 que l'on mesure. On fixe ensuite symétriquement sur le solide étudié deux cylindres identiques d'axes parallèles à Δ, de masse m et de rayon R à la distance L de l'axe de rotation Δ (Figure 2). L'ensemble possède un moment d'inertie I_2 et une période d'oscillations T_2 que l'on mesure à nouveau.

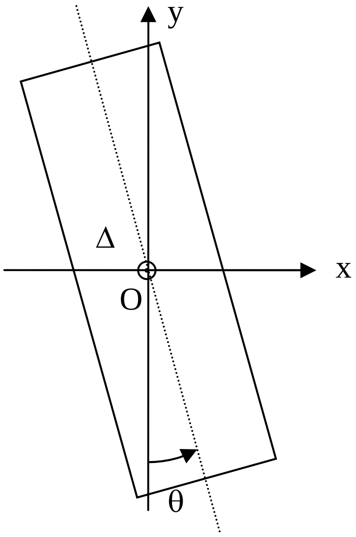


Figure 1

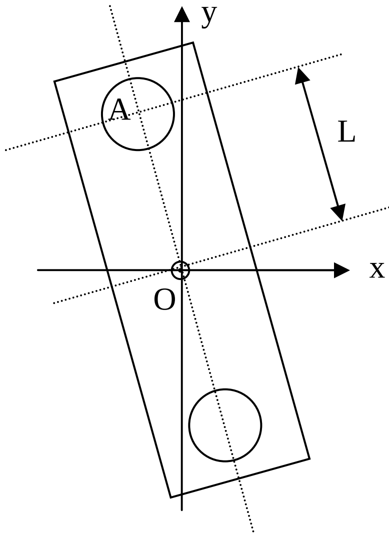


Figure 2

41: Quelles sont les périodes T_1 et T_2 du mouvement oscillant dans les deux cas des figures 1 et 2 respectivement ?

42: Retrouver l'expression du moment d'inertie I_{Az} d'un cylindre plein par rapport à son axe de révolution.

43: Calculer le moment d'inertie I_2 de l'ensemble (solide + cylindres) par rapport à l'axe Oz.

44: Ecrire le rapport $(T_1/T_2)^2$, en déduire la relation permettant de trouver I_1 en fonction de T_1, T_2, m, R et L. Conclure sur l'influence relative de R par rapport à L.