IUT Grand-Ouest Normandie **Juin 2020**
Département de Mesures Physiques, Caen

Mécanique
1,5 heures

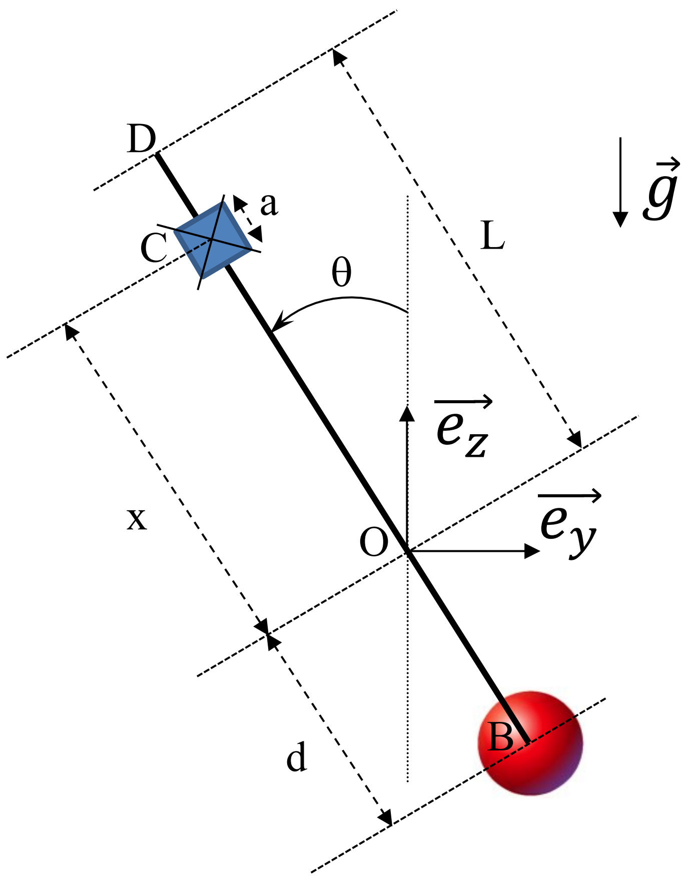
Edition Covid-19 en distanciel
Tous les exercices sont indépendants

Autour du Métronome

1: Moment d'inertie

Un métronome mécanique possède un balancier pouvant pivoter sans frottement autour de l'axe Ox horizontal de vecteur unitaire $\overrightarrow{e_x}$ (Figure). Le balancier est constitué d'une tige BD filiforme qui porte à son extrémité inférieure une sphère pleine de masse M, de rayon R et de centre B, et de l'autre côté, un prisme droit de section carrée (de côté a) et d'épaisseur e, centré en C, de masse m. Ce dernier peut se déplacer afin de permettre le réglage de la période des oscillations. Tous les solides sont homogènes et de même masse volumique.

La tige sera traitée comme un système de deux tiges coaxiales et solidaires OB et OD, de masses m_d et m_L respectivement, passant par les centres de masses de la sphère et du prisme droit. On négligera les volumes se recouvrant (la tige a une longueur totale (L+d) et les objets sont pleins).



11: Pourquoi peut-on considérer la tige comme un ensemble de deux tiges coaxiales et solidaires ? (on peut faire les questions suivantes sans répondre à cette question)

12: Retrouver l'expression du moment d'inertie I_{Ox} du système (tige + sphère + prisme) en vous aidant des résultats de TD.

13: Application numérique. Calculer I_{Ox} pour x = 4,64 cm

On donne OB = d = 5 cm (fixe), OC = x (réglable), OD = L = 10 cm, M = 10 g, m = 5 g, a = 1 cm, R = 1 cm, m_L = 1 g, m_d = 0,5 g

2 : Statique du solide

On s'intéresse maintenant à l'équilibre statique du système précédent. Nous allons voir que, selon la valeur de la variable x, il existe soit deux, soit trois façons d'équilibrer le système.

21: Enoncer les deux conditions générales d'équilibre statique d'un système indéformable, puis établir le bilan des forces extérieures appliquées au système mobile du métronome précédent.

22: En utilisant l'une des deux conditions précédentes,
- exprimer x en fonction des variables d, L, M, m, m_L et m_d
- calculez x (on appelle cette valeur x_{eq}). x_{eq} est la valeur de x pour laquelle le système est en équilibre quelle que soit la valeur de θ.

23: On choisit x différent de x_{eq}.
En utilisant la deuxième relation énoncée en **21**, montrer pourquoi la résultante de l'axe sur le système ne peut pas l'équilibrer, sauf pour deux valeurs de θ particulières déduite du **22**. Ces deux valeurs particulières sont les mêmes quel que soit la valeur de x, discuter leur stabilité.

3: Oscillations libres

On rajoute un ressort spiral au point O, dont l'axe est coaxial à Ox. Ce ressort spiral permet un rappel plus rapide du balancier. Il fournit un couple de rappel $M_O = c(\theta-\theta_0)$.

41: Etablir l'équation du mouvement du système.

42: Réduire l'expression dans le cas des petites oscillations (approximation harmonique)

43: Déterminer la période propre T_0 du système pour x = 9 cm

On donne : $c = 10^{-2}$ N m rad^{-1} et $I_{Ox} = 4.10^{-5}$ kg m^2