

Mécanique
1,5 heures

Les 3 exercices sont indépendants, données numériques en fin de sujet
Aucun document autorisé, calculatrice dans les 10 dernières minutes pour applications numériques

1: Centre de masse d'une demi-sphère pleine

Déterminer le centre de masse d'une demi-sphère (O, R) pleine, homogène, par deux méthodes :

11: En utilisant le volume élémentaire en coordonnées sphériques.

12: En considérant la demi-sphère comme l'empilement de disques élémentaires.

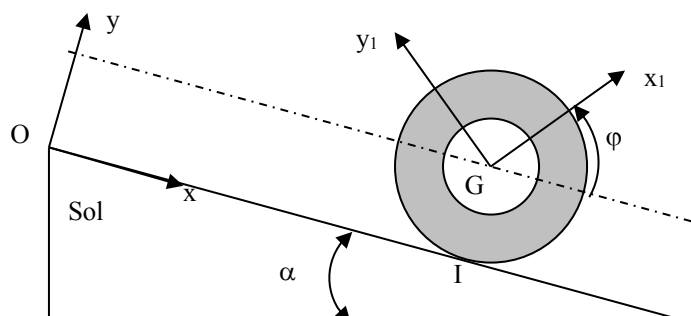
2: Moment d'inertie d'une sphère creuse

Calculer le moment d'inertie d'une sphère creuse (masse m, densité ρ homogène, rayon interne R_1 et rayon externe R_2) par rapport à un de ses diamètres.

On rappelle l'intégrale suivante : $\int_0^\pi \sin\theta \cos^2\theta d\theta = \frac{2}{3}$

3: Roulement d'une sphère creuse sur plan incliné

On lâche une sphère S creuse (masse m, rayon externe R_2 , rayon interne R_1) soumise à la pesanteur sans vitesse initiale sur un plan incliné. S roule sans glisser sur le plan et se déplace le long de Ox. A l'instant $t = 0$, les coordonnées du centre de masse G de S sont (0, R_2) dans le repère (0, x, y). On donne la relation entre la vitesse \dot{x} du point G et la vitesse de rotation $\dot{\varphi}$ de S : $\dot{x} = -R_2 \dot{\varphi}$



31: En utilisant un des théorèmes de la dynamique, écrire les équations auxquelles obéit le mouvement du centre de gravité de S. Exprimer alors l'accélération \ddot{x} de G en fonction des données et de I_{Gz} .

32: Calculer l'accélération de S, puis sa vitesse et sa position au bout de 10 s.

Données: $R_2 = 3 \text{ cm}$, $\alpha = 1^\circ$, $m = 10 \text{ kg}$, $I_{Gz} = 10^{-2} \text{ kg.m}^2$

Accélération de pesanteur terrestre à l'altitude 0, considérée comme constante :

$$g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$$