

**Mécanique**  
**1,5 heures**

Les 3 exercices sont indépendants, données numériques en fin de sujet  
Aucun document autorisé, calculatrice dans les 10 dernières minutes pour applications numériques

**1: Centre de masse d'une demi-sphère pleine**

Déterminer le centre de masse d'une demi-sphère (O, R) pleine, homogène, par deux méthodes :

**11:** En utilisant le volume élémentaire en coordonnées sphériques.

**12:** En considérant la demi-sphère comme l'empilement de disques élémentaires.

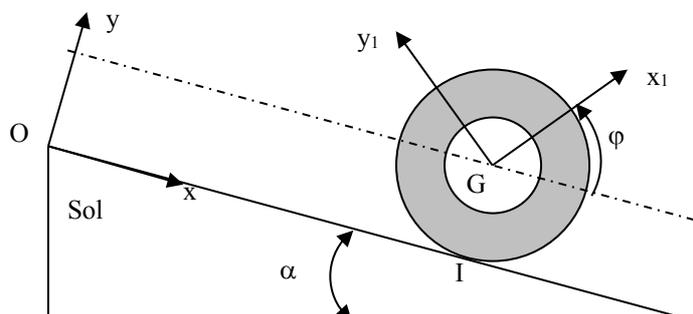
**2: Moment d'inertie d'une sphère creuse**

Calculer le moment d'inertie d'une sphère creuse (masse m, densité  $\rho$  homogène, rayon interne  $R_1$  et rayon externe  $R_2$ ) par rapport à un de ses diamètres.

On rappelle l'intégrale suivante : 
$$\int_0^\pi \sin\theta \cos^2\theta d\theta = \frac{2}{3}$$

**3: Roulement d'une sphère creuse sur plan incliné**

On lâche une sphère S creuse (masse m, rayon externe  $R_2$ , rayon interne  $R_1$ ) soumise à la pesanteur sans vitesse initiale sur un plan incliné. S roule sans glisser sur le plan et se déplace le long de Ox. A l'instant  $t = 0$ , les coordonnées du centre de masse G de S sont (0,  $R_2$ ) dans le repère (0, x, y). On donne la relation entre la vitesse  $\dot{x}$  du point G et la vitesse de rotation  $\dot{\varphi}$  de S :  $\dot{x} = -R_2 \dot{\varphi}$



**31:** En utilisant un des théorèmes de la dynamique, écrire les équations auxquelles obéit le mouvement du centre de gravité de S. Exprimer alors l'accélération  $\ddot{x}$  de G en fonction des données et de  $I_{Gz}$ .

**32:** Calculer l'accélération de S, puis sa vitesse et sa position au bout de 10 s.

Données:  $R_2 = 3 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 1^\circ$ ,  $m = 10 \text{ kg}$ ,  $I_{Gz} = 10^{-2} \text{ kg.m}^2$

Accélération de pesanteur terrestre à l'altitude 0, considérée comme constante :

$$g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$$