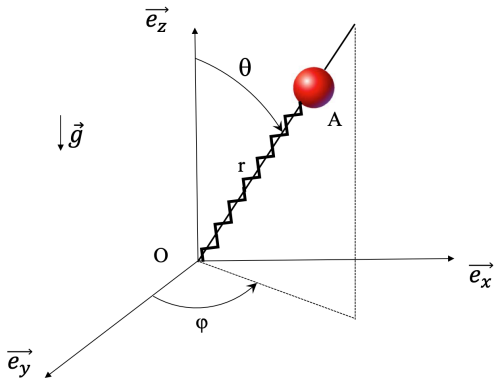
IUT Grand-Ouest Normandie **Juin 2024**
Département de Mesures Physiques, Caen

Mécanique
1,5 heures

Les 3 exercices sont indépendants, données numériques en fin de sujet
Aucun document autorisé, calculette dans les 10 dernières minutes pour applications numériques

1: Statique du Solide

Une masselotte (de masse m) coulisse sans frottement le long d'une tige inclinée d'un angle θ par rapport à Oz, et dont l'azimuth vaut φ par raport à Ox. A tout instant la masselotte est à une distance OA = r de l'origine du repère (O,x,y,z). Elle est accrochée à l'extrémité d'un ressort linéaire de raideur k, de longueur au repos ℓ_0, dont l'autre extrémité est articulée parfaitement en O. La masse du ressort et de la tige sont négligeables. La tige est en rotation uniforme autour de l'axe Oz, avec un vecteur vitesse de rotation $\vec{\Omega}$.



Du fait de cette rotation, la masselotte est soumise à une force centrifuge supplémentaire $\vec{F_c}$ due à l'accélération centripète:

$$\vec{F_c} = -m\vec{\Omega} \wedge \left(\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OA}\right)$$

11: Exprimer $\vec{\Omega}$ dans le repère (O, $\vec{e_x}$, $\vec{e_y}$, $\vec{e_z}$), puis $\overrightarrow{OA}$ et $\vec{e_z}$ dans le repère sphérique ($\vec{e_r}$, $\vec{e_\theta}$, $\vec{e_\varphi}$). Exprimer alors $\vec{\Omega}$ dans le repère ($\vec{e_r}$, $\vec{e_\theta}$, $\vec{e_\varphi}$).

12: Exprimer $\vec{F_c}$ dans le repère ($\vec{e_r}$, $\vec{e_\theta}$, $\vec{e_\varphi}$).

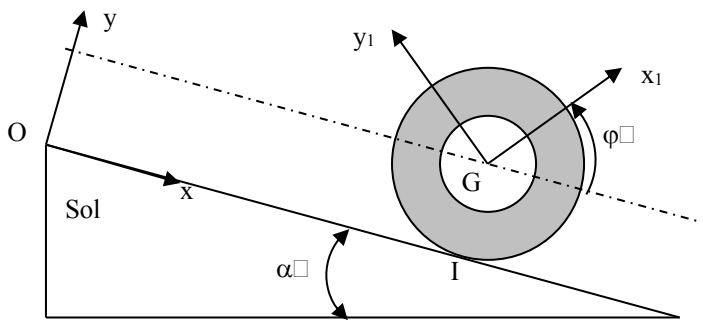
13: Faire un inventaire des forces, puis les exprimer dans le repère sphérique.

14: Appliquer le théorème de la statique pour déterminer les expressions de :

- La hauteur de la masselotte sur la tige (r) en fonction des autres variables du problème (θ,m,$\dot{\varphi}$,ℓ_0,k,g). On remarquera que la composante R_r de la réaction de la tige sur la masselotte est nulle puisqu'elle glisse sans frottement.
- Les composantes R_θ et R_φ

2: Dynamique du solide : Roulement d'une sphère creuse sur plan incliné

On lâche une sphère S creuse (masse m, rayon externe R_2, rayon interne R_1) soumise à la pesanteur sans vitesse initiale sur un plan incliné. S roule sans glisser sur le plan et se déplace le long de Ox. A l'instant t = 0, les coordonnées du centre de masse G de S sont (0, R_2) dans le repère (0, x, y). On donne la relation entre la vitesse $\dot{x}$ du point G et la vitesse de rotation $\dot{\varphi}$ de S : $\dot{x} = - R_2\ \dot{\varphi}$



21: En utilisant le théorème de l'énergie mécanique totale, écrire les équations auxquelles obéit le mouvement du centre de gravité de S. Exprimer alors l'accélération $\ddot{x}$ de G en fonction des données et de I_{Gz}.

22: Calculer l'accélération de S, puis sa vitesse et sa position au bout de 10 s.
Données: $R_2 = 3$ *cm,* $\alpha = 1°$, $m = 10$ *kg,* $I_{Gz} = 10^{-2}$ *kg.m*^{2}
Accélération de pesanteur terrestre à l'altitude 0, considérée comme constante :
$g = 9{,}81\ ms^{-2}$

3 : Moment d'inertie

Calculer le momoent d'inertie d'un cylindre circulaire droit (R,H) :

31: Par rapport à son axe de révolution Oz

32: Par rapport à un axe Oz', parallèle à Oz, à une distance R/2 de Oz