

Mai 2025

1/11)

forme hélicoïdale : quart de cercle de rayon R , de longueur $L = \pi R/2$

Surface engendrée : $\frac{1}{2}$ sphère de surface $S = 2\pi R^2$

Guldin : $S = 2\pi L x_G$

$$2\pi R^2 = 2\pi \cdot \frac{\pi R}{2} \cdot x_G \rightarrow \boxed{x_G = \frac{2R}{\pi}}$$

12)

$$\begin{aligned} x_G &= \frac{1}{m} \int x \, dm & \text{avec} & \left\{ \begin{array}{l} dm = \lambda \, dl \quad dl = R \, d\theta \\ x = R \cos \theta \\ m = \lambda L = \lambda \frac{\pi R}{2} \end{array} \right. \\ &= \frac{1}{m} \int_0^{\frac{\pi}{2}} R \cos \theta \cdot \lambda \cdot R \, d\theta \\ &= \frac{\cancel{\lambda} R^2}{\cancel{\lambda} \frac{\pi R}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta \, d\theta \\ &= \frac{2R}{\pi} \left[\sin \theta \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \rightarrow \boxed{x_G = \frac{2R}{\pi}} \end{aligned}$$

par symétrie, $\boxed{y_G = \frac{2R}{\pi}}$

$$\begin{aligned} \text{vérifions : } y_G &= \frac{1}{m} \int R \sin \theta \cdot \lambda \cdot R \, d\theta = \frac{2R}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta \, d\theta \\ &= \frac{2R}{\pi} \left[-\cos \theta \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2R}{\pi} \end{aligned}$$

13) G est forcément sur la diagonale à $\theta = 45^\circ$ de Ox , par symétrie : si on connaît x_G , ou y_G , $x_G = y_G$ (équation de la diagonale).

2) $I_{Oz} = I_D = \frac{2}{5} m R^2$ (voir TD)

3) $G \in$ à l'élément de symétrie (voir cours)